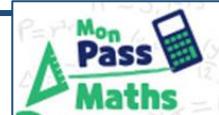


Calculer une moyenne et une médiane



Je révise mon brevet pas à pas.



Correction

Prérequis : Statistiques : effectifs, fréquences, étendue

- ▶ L'**effectif** d'une valeur correspond **au nombre de fois** où cette valeur apparaît dans la série statistique.
- ▶ La somme de tous les effectifs est appelée **l'effectif total**, il donne la taille de la population.
- ▶ Lire et interpréter un diagramme.

Calculer une moyenne simple.

Méthode pour calculer une moyenne simple

La **moyenne simple** d'une série se calcule par : $\frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{effectif total}}$

Etape ① : je calcule la somme de toutes les valeurs.

Etape ② : je divise par l'effectif total.

Exemple : On souhaite calculer la moyenne de la série suivante : 5 – 8 – 12 – 17 – 24

- $5 + 8 + 12 + 17 + 24 = 66$
- Il y a 5 valeurs, l'effectif total est 5. $66 \div 5 = 13,2$ La moyenne est 13,2.

Remarque : Attention à l'écriture des calculs !

On peut aussi écrire ces opérations en un calcul :

$$(5 + 8 + 12 + 17 + 24) \div 5 = 13,2 \quad \text{ou} \quad \frac{5 + 8 + 12 + 17 + 24}{5} = 13,2$$

Deux élèves ont essayé de calculer leur moyenne en maths ce trimestre ; voici leurs calculs, qu'en penses-tu ?

Ina :

$$11 + 12 + 15 + 8 = 46 : 4 = 11,5$$

Le résultat d'Ina est juste mais mal présenté.

Il faut soit séparer les additions de la division :

$$11 + 12 + 15 + 8 = 46$$

$$46 : 4 = 11,5$$

Soit présenter toutes les opérations en un seul calcul, avec des parenthèses de priorités :

$$(11 + 12 + 15 + 8) : 4 = 46 : 4 = 11,5$$

Léa :

$$7 + 5 + 15 : 3 = 17$$

Le résultat est incohérent avec ses notes.

Le calcul de Léa est faux.

Avec les priorités, c'est la division en premier, donc seulement $15 : 3$ alors que la somme de ses 3 notes devrait être divisée par 3.

$$(7 + 5 + 15) : 3 = 27 : 3 = 9$$

Calcule la moyenne de chacune des séries suivantes, arrondir au dixième si besoin :

a) $38 - 45 - 60 - 25 \quad \frac{38 + 45 + 60 + 25}{4} = \frac{168}{4} = 42$

b) $6 - 9 - 1 - 3 - 7 - 8 \quad \frac{6 + 9 + 1 + 3 + 7 + 8}{6} = \frac{34}{6} \approx 5,7$

Invente trois séries de 4 valeurs dont la moyenne est 10.

- $10 - 10 - 10 - 10$ On peut utiliser un système de « compensation » :
- $9 - 11 - 8 - 12$ un 9 et un 11 s'équilibre à 10
- $0 - 1 - 2 - 37$ Pour une moyenne de 10 avec 4 valeurs, le total doit être égal à 40.

Camille est un peu déçue de son début de trimestre en anglais...

Elle a eu deux notes, 11 et 12. Mais une troisième et dernière évaluation a été annoncée. Quelle note doit-elle obtenir au minimum pour atteindre une moyenne de 14 ?

Pour avoir une moyenne de 14 avec 3 notes, il faut un total de : $14 \times 3 = 42$.

$42 - (11 + 12) = 19$ Camille doit avoir au moins 19.

Calculer une moyenne pondérée.

Méthode pour calculer une moyenne pondérée.

Quand des effectifs ou des coefficients rentrent en jeu, on parle de « **moyenne pondérée** ».

Moyenne pondérée = $\frac{\text{somme de (chaque valeur} \times \text{son effectif ou coefficient)}}{\text{effectif total ou total des coefficients}}$

Etape ① : je multiple chaque valeur par son effectif ou son coefficient, et je calcule la somme de ces produits.

Etape ② : je divise par l'effectif total, ou le total des coefficients.

Exemple : On souhaite calculer la moyenne de Suzy à son examen :

Maths : 17 (coefficient 4) ; Anglais : 11 (coefficient 3) ; Français : 15 (coefficient 1)

▪ $17 \times 4 + 11 \times 3 + 15 \times 1 = 116$

▪ *total des coefficients* : $4 + 3 + 1 = 8$; $116 \div 8 = 14,5$ Sa moyenne est 14,5.

Remarques :

- C'est comme si Suzy avait eu 4 notes en Maths, toutes égales à 17 ; 3 notes en Anglais, toutes égales à 11 ; ...

- On peut écrire : $\frac{17 \times 4 + 11 \times 3 + 15}{4 + 3 + 1} = \frac{116}{8} = 14,5$

- Lorsque les valeurs sont données **par classes** (intervalles), on prend la **valeur centrale** de chaque classe.



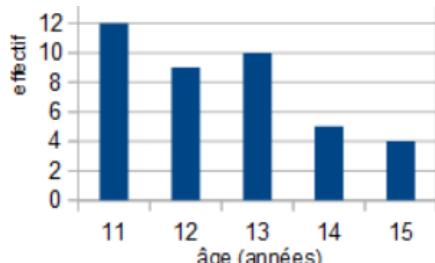
Calcule la moyenne de chacune des séries suivantes :

14 coefficient 5
12 coefficient 3
15 coefficient 2

$$\frac{14 \times 5 + 12 \times 3 + 15 \times 2}{5 + 3 + 2} = \frac{136}{10} = 13,6$$

La moyenne est 13,6.

Voici l'âge des adhérents d'un club de sport :



$$\frac{11 \times 12 + 12 \times 9 + 13 \times 10 + 14 \times 5 + 15 \times 4}{12 + 9 + 10 + 5 + 4} = \frac{500}{40} = 12,5$$

L'âge moyen est de 12 ans et demi.

Voici les notes obtenues par les élèves d'une classe de 3^{ème} à un exposé :

Note	8	10	12	15	18	20
Effectif	2	3	5	4	7	4

$$\frac{8 \times 2 + 10 \times 3 + 12 \times 5 + 15 \times 4 + 18 \times 7 + 20 \times 4}{2 + 3 + 5 + 4 + 7 + 4} = \frac{372}{25} = 14,88$$

La moyenne de classe est 14,88.

On a relevé la taille des élèves d'une classe :

Taille en cm]140;150]]150;160]]160;170]]170;180]
Effectif	3	7	8	6

On calcule les valeurs centrales.

$$\text{Exemple : }]140 ; 150] \rightarrow (140 + 150) \div 2 = 145$$

$$\frac{145 \times 3 + 155 \times 7 + 165 \times 8 + 175 \times 6}{3 + 7 + 8 + 6} = \frac{3890}{24} \approx 162,1$$

La taille moyenne est d'environ 162,1 cm.



Voici le relevé de notes de Mila à son examen :

notes	14	12	8	16
coefficients	2	1	2	3

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indique si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

Affirmation 1 : c'est comme si elle avait eu 2 fois la note 14, 1 fois la note 12, 2 fois la note 8 et 3 fois la note 16.

VRAI : les coefficients jouent le même rôle que les effectifs.

Affirmation 2 : sa moyenne sur ces quatre notes est 12,5.

$$\text{FAUX : sa moyenne est : } \frac{14 \times 2 + 12 \times 1 + 8 \times 2 + 16 \times 3}{2 + 1 + 2 + 3} = \frac{104}{8} = 13$$

Affirmation 3 : un bonus de 2 points sur sa note de 8 augmenterait sa moyenne de 0,5 point.

$$\text{VRAI : sa moyenne serait : } \frac{14 \times 2 + 12 \times 1 + 10 \times 2 + 16 \times 3}{2 + 1 + 2 + 3} = \frac{108}{8} = 13,5$$

(+ 2 points coefficient 2 → + 4 points ; pour calculer la moyenne, on divise par 8 → + 0,5 point)

Affirmation 4 : pour que sa moyenne augmente de 1 point, elle doit obtenir 18 à sa dernière épreuve, un oral de coefficient 1.

$$\text{FAUX : sa moyenne serait alors : } \frac{14 \times 2 + 12 \times 1 + 8 \times 2 + 16 \times 3 + 18 \times 1}{2 + 1 + 2 + 3 + 1} = \frac{104 + 18}{9} = \frac{122}{9} = 13,55 \dots$$

Déterminer la médiane d'une série dont on a la liste (petit effectif).

Méthode pour déterminer une médiane dans une liste.

La **médiane** sépare les valeurs d'une série en **2 groupes de même effectif**. La moitié des valeurs lui est inférieure, la moitié lui est supérieure.

Etape ① : je range les valeurs dans l'**ordre croissant**. (Attention à ne pas oublier de valeur...)

Etape ② : je détermine la **valeur centrale**. Pour cela je peux barrer tour à tour les valeurs extrêmes.

Etape ③ : j'interprète : « il y autant de valeurs supérieures à la médiane que de valeurs inférieures à la médiane ».

Exemples :

- Effectif impair : déterminer la médiane de la série suivante : 7 – 8 – 15 – 11 – 10 – 12 – 4

$$\begin{array}{ccccccccc} 4 & - & 7 & - & 8 & - & \textcircled{10} & - & 11 & - & 12 & - & 15 \\ \text{3 valeurs inférieures} & & & & & & \downarrow & & \text{3 valeurs supérieures} \\ & & & & & & \text{La médiane est } 10. & & \end{array}$$

- Effectif pair : déterminer la médiane de la série suivante : 7 – 1 – 8 – 100 – 13 – 50 – 9 – 25

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & - & 7 & - & 8 & - & \textcircled{9} & - & \textcircled{13} & - & 25 & - & 50 & - & 100 \\ \text{4 valeurs inférieures} & & & & & & \downarrow & & \text{4 valeurs supérieures} \\ & & & & & & \text{La médiane est } 11. & & \end{array}$$

on calcule la **moyenne des 2 valeurs centrales** : $\frac{9+13}{2} = 11$

Remarque : ne pas confondre moyenne et médiane, ce sont deux notions indépendantes.

Détermine la médiane de chacune des séries suivantes en ordonnant dans l'ordre croissant si besoin :

a) ~~15 – 20 – 25 – 30 – 35~~ La médiane est 25.

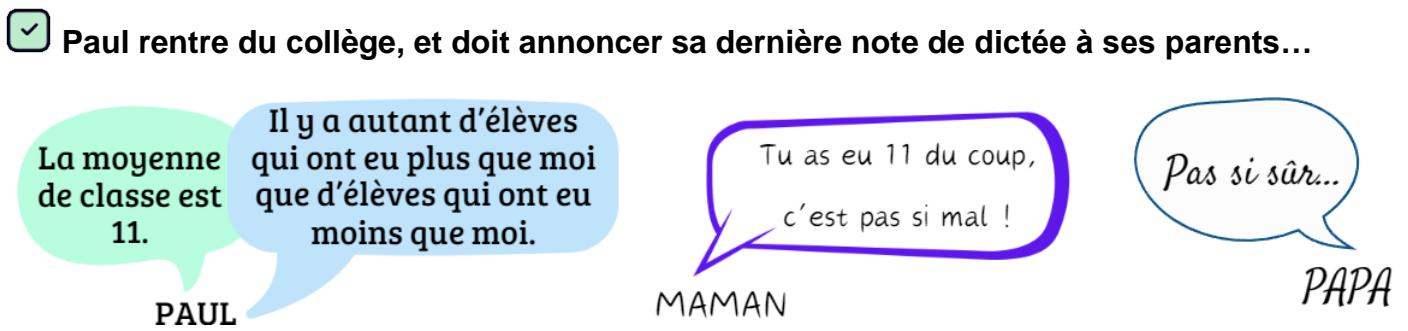
b) ~~8 – 9 – 30 – 36 – 41 – 99~~ $\frac{30+36}{2} = 33$ La médiane est 33.

c) 3 – 47 – 16 – 36 – 23 – 17 – 8

On ordonne : ~~3 – 8 – 16 – 17 – 23 – 36 – 47~~ La médiane est 17.

d) 2 – 3 – 9 – 7 – 5 – 3 – 5 – 8

On ordonne : ~~2 – 3 – 3 – 5 – 5 – 7 – 8 – 9~~ La médiane est 5.



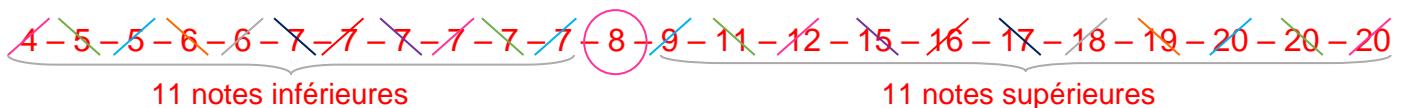
1. Que penses-tu de cette discussion ?

Le fait qu'il y ait autant de notes supérieures que de notes inférieures fait référence à la médiane, et non à la moyenne de classe. Son père a raison d'avoir des doutes.

2. Voici les notes obtenues dans la classe de Paul ; retrouve sa note.

17 – 7 – 20 – 15 – 7 – 7 – 18 – 8 – 9 – 20 – 7 – 5 – 16 – 6 – 12 – 11 – 4 – 5 – 7 – 7 – 19 – 20 – 6

On ordonne :



La médiane est 8. La note de Paul est donc 8, et non 11...

On considère la série suivante dont il manque une valeur : 4 – 8 – 5 – 7 et une valeur x . Quelles valeurs peut prendre la médiane en fonction de x ?

N'oublie pas d'ordonner ta série dans l'ordre croissant !

Si $x \leq 5$: $\underbrace{4 - 5}_{2 \text{ valeurs}} \underbrace{7 - 8}_{2 \text{ valeurs}}$ x est à gauche, la médiane est 5.

Si $x \geq 7$: $\underbrace{4 - 5 - 7}_{2 \text{ valeurs}} \underbrace{- 8}_{2 \text{ valeurs}}$ x est à droite, la médiane est 7.

Si $5 < x < 7$: $\underbrace{4 - 5}_{2 \text{ valeurs}} \underbrace{x}_{\downarrow} \underbrace{- 7 - 8}_{2 \text{ valeurs}}$ x est au centre, la médiane est x , une valeur comprise entre 5 et 7.

→ La médiane peut donc prendre toutes les valeurs entre 5 et 7, 5 et 7 compris.

Déterminer la médiane d'une série à grand effectif.

Méthode pour déterminer la médiane d'une série à grand effectif.

Etape ① : je détermine la position de la médiane.

Pour un effectif **N impair**, la position de la médiane dans la liste ordonnée est $p = \frac{N+1}{2}$

Exemple : pour 25 valeurs, la médiane est la $\frac{25+1}{2} = 13^{\text{ème}}$ valeur.
→ Il y a ainsi 12 valeurs avant et 12 valeurs après.

Pour un effectif **N pair**, la position de la médiane est entre $p = \frac{N}{2}$ et $p + 1$

Exemple : pour 28 valeurs, la médiane est entre la $\frac{28}{2} = 14^{\text{ème}}$ valeur et $15^{\text{ème}}$ valeur.
→ Il y a ainsi 14 valeurs avant et 14 valeurs après.

Etape ② : j'utilise les effectifs cumulés croissants.

Exemple : un professeur relève les notes d'un exercice QCM sur ses 2 classes :

note	0	1	2	3	4	total
effectifs	4	7	9	18	11	49
effectifs cumulés	4	11	20	38	49	49

$\frac{49+1}{2} = 25$

La médiane est la **25^{ème} valeur**.

11 élèves ont eu 1 ou moins.

20 élèves ont eu 2 ou moins.

38 élèves ont eu 3 ou moins. → la 25^{ème} valeur a été ajoutée ici ; la médiane est 3.

- Pour évaluer ses élèves au badminton, un professeur d'EPS fait une évaluation intermédiaire sur le service en évaluant le niveau de maîtrise de chaque élève de ses 3 classes et en lui attribuant la note sur 4 correspondantes. Voici les résultats :

Niveau de maîtrise	● Insuffisante	● Fragile	● Satisfaisante	● Très bonne
Note /4	1	2	3	4
Effectifs	12	23	31	16
Effectifs cumulés	12	12 + 23 = 35	35 + 31 = 66	66 + 16 = 82

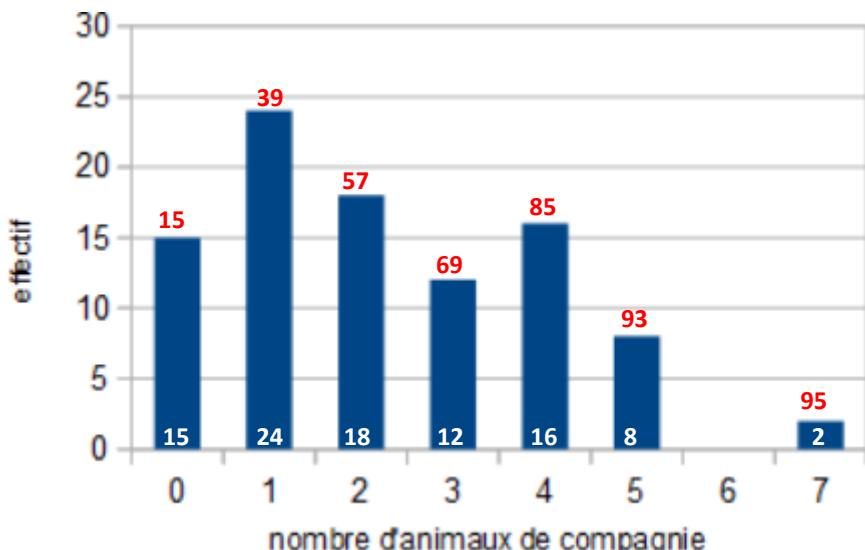
1. Compléter le tableau avec les effectifs cumulés croissants.

2. Déterminer la médiane de cette série.

Il y a 82 valeurs, la médiane se situe entre la $41^{\text{ème}} (82 \div 2)$ et la $42^{\text{ème}}$ valeur.

Avec les effectifs cumulés croissants, on sait que ces valeurs sont 3 (on passe de 35 à 66 valeurs dans cette colonne), la médiane est 3 points.

On a demandé à des élèves le nombre d'animaux de compagnie qu'ils avaient chez eux. Les résultats de l'enquête sont présentés par le diagramme suivant :



Déterminer la médiane de cette série et donner une interprétation.

On calcule les effectifs cumulés croissants (notés sur chaque bâton).

Il y a 95 valeurs, la médiane est donc la $\frac{95+1}{2} = 48^{\text{ème}}$ valeur.

La médiane est 2.

Interprétation : La moitié des élèves a 2 animaux de compagnie ou moins, la moitié en a 2 ou plus.



Questions de brevet.

1. La médiane de la série ci-dessous est... 11 – 17 – 8 – 14 – 3 – 20 – 5 – 10 – 12	3	5	11
On donne ci-dessous la masse de 8 biscuits différents : 12g ; 10g ; 18g ; 8g ; 12g ; 15g ; 11g ; 13g Suite à une erreur de mesure, le biscuit pesant 18g pèse en fait 16g. Une fois cette erreur corrigée, la médiane sera...	plus petite.	la même.	plus grande.

- ▶ 3 – 5 – 8 – 10 – 11 – 12 – 14 – 17 – 20
- ▶ 8g – 10g – 11g – 12g ↓ 12g – 13g – 15g – 18g ou 16g

2. Une usine fabrique des bougies parfumées en cire de forme cylindrique.

Durant les trois premiers mois de l'année suivante, l'entreprise se donne pour objectif de produire en moyenne 7 900 bougies par mois. En janvier, elle fabrique 6 500 bougies et 8 000 en février. Quel est le nombre de bougies à produire en mars pour atteindre l'objectif ?

Pour obtenir une moyenne de 7 900 bougies sur 3 mois, il faut atteindre un total de :

$$7900 \times 3 = 23700 \text{ bougies.}$$

$$6500 + 8000 = 14500 ; 23700 - 14500 = 9200 \quad \text{Il faut produire 9200 bougies en Mars.}$$

3. Sur une période donnée, on relève les prix facturés pour une nuit par les hôtels d'une ville.

Prix facturés pour une nuit (en euro)	60	80	85	90	110	120	350	500
Effectif	1 200	1 350	1 000	1 100	1 200	1 300	900	300

a) Quelle est la moyenne des prix facturés pour une nuit ? Arrondir à l'euro près.

$$\begin{aligned} \text{moyenne} &= \frac{60 \times 1200 + 80 \times 1350 + 85 \times 100 + 90 \times 1100 + 110 \times 1200 + 120 \times 1300 + 350 \times 900 + 500 \times 300}{1200 + 1350 + 1000 + 1100 + 1200 + 1300 + 900 + 300} \\ &= \frac{60 \times 1200 + 80 \times 1350 + 85 \times 100 + 90 \times 1100 + 110 \times 1200 + 120 \times 1300 + 350 \times 900 + 500 \times 300}{8350} \end{aligned}$$

≈ 134. La moyenne du prix facturé pour une nuit est égale à environ 134 €.

b) L'association des hôteliers de cette ville annonce : « Dans les hôtels de notre ville, au moins la moitié des nuits est facturée à moins de 100 euros ». Est-ce vrai ?

Il y a 8 350 nuits au total. Or, $8\ 350 \div 2 = 4\ 175$.

On calcule les effectifs cumulés, jusqu'à la valeur 90 euros incluse (dernière valeur inférieure à 100 €) : $1\ 200 + 1\ 350 + 1\ 000 + 1\ 100 = 4\ 650$.

$4\ 650 > 4\ 175$ donc l'affirmation de l'association est vraie.

Cela peut faire référence à la médiane : la médiane est 90 €, la moitié des nuitées a un prix inférieur ou égal à 90 €.



Pour aller plus loin.

Pass Education

Sur le site de [Pass Education](http://www.pass-education.fr), tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

<u>Séquence complète</u>	 Statistique	 Statistique	 Lire, construire et interpréter un
<u>Exercices type Brevet</u>	 Brevet 4	 Brevet 6	 Brevet 8

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Gestion des données Statistiques Calculer une moyenne - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Calculer une moyenne et une médiane - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Gestion des données Statistiques Effectifs - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Gestion des données Statistiques Étendue et médiane d'une série statistique - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Gestion des données Statistiques Construire un graphique - PDF à imprimer](#)