Développer à l'aide d'une identité remarquable

Je révise mon brevet pas à pas.

Correction

Prérequis : cours « Développer et réduire une expression littérale ».

- Développer avec la simple distributivité :

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \mathbf{k} \times \mathbf{a} + \mathbf{k} \times \mathbf{b} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{k} \times (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \mathbf{k} \times \mathbf{a} - \mathbf{k} \times \mathbf{b}$$

- Développer avec la double distributivité :

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} + \mathbf{d}) = \overset{1}{\mathbf{a} \times \mathbf{c}} + \overset{2}{\mathbf{a} \times \mathbf{d}} + \overset{3}{\mathbf{b} \times \mathbf{c}} + \overset{4}{\mathbf{b} \times \mathbf{d}}$$

- Supprimer des **parenthèses précédées d'un « - »** : on change les signes à l'intérieur.

Développer une identité remarquable.

Méthode pour développer une identité remarquable.

Soient a et b deux nombres quelconques, on a l'identité remarquable :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Forme factorisée — *on développe* → Forme développée

Pour développer à l'aide de cette identité remarquable :

① on repère l'identité remarquable comme **le produit de deux parenthèses : l'une étant la somme de deux termes, l'autre leur différence** ;
→ L'identité peut être sous la forme $(a - b)(a + b)$ ou $(a + b)(a - b)$ voire $(-b + a)(a + b)$ …

② on applique l'identité, sous sa forme développée ;
→ Attention, si on écrit cette étape, elle peut encore nécessiter des parenthèses.

③ on calcule les carrés de ***a*** et de ***b***.

Exemple :

$A = (3x - 5)(3x + 5)$ → on repère l'identité $(a - b)(a + b)$ avec $a = 3x$ et $b = 5$

$A = (3x)^2 - 5^2$ → on écrit sa forme développée $a^2 - b^2$ en remplaçant a et b

$A = 9x^2 - 25$ → on calcule a^2 et b^2

Le carré de $3x$ s'écrit $(3x)^2$ et est égal à $3x \times 3x = 9x^2$.

Entoure les expressions littérales que tu reconnais comme étant de la forme $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$ de l'identité remarquable :

$(3x+2)(3x+2)$ $\quad$ $(x-7)(x+7)$ $\quad$ $(2x+5)(2x-5)$ $\quad$ $(x+3)+(x-3)$

$(4x+1)-(4x-1)$ $\quad$ $(2x)^2-3^2$ $\quad$ $(2x-7)(2+7x)$ $\quad$ $(-2x+1)(-2x-1)$

Complète :

Le carré de …	$\boldsymbol{2x}$	$\boldsymbol{5x}$	$\boldsymbol{6x}$	$\boldsymbol{-4x}$
est …	$\boldsymbol{(2x)^2}$ $\boldsymbol{= 2x \times 2x}$ $\boldsymbol{= 4x^2}$	$\boldsymbol{(5x)^2}$ $\boldsymbol{= 5x \times 5x}$ $\boldsymbol{= 25x^2}$	$\boldsymbol{(6x)^2}$ $\boldsymbol{= 6x \times 6x}$ $\boldsymbol{= 36x^2}$	$\boldsymbol{(-4x)^2 =}$ $\boldsymbol{(-4x) \times (-4x)}$ $\boldsymbol{= 16x^2}$

Complète les développements suivants :

$A = (x-5)(x+5)$
Il s'agit de $(a-b)(a+b)$
avec $a = x$ et $b = 5$,
donc : $A = x^2 - 5^2$
je calcule : $A = x^2 - 25$

$B = (7x-4)(7x+4)$
Il s'agit de $(a-b)(a+b)$
avec $a = 7x$ et $b = 4$,
donc : $B = (7x)^2 - 4^2$
je calcule : $B = 49x^2 - 16$

$C = (3+2x)(3-2x)$
Il s'agit de $(a+b)(a-b)$
avec $a = 3$ et $b = 2x$,
donc : $C = 3^2 - (2x)^2$
je calcule : $C = 9 - 4x^2$

Développe les expressions suivantes grâce à l'identité remarquable :

$D = (x-6)(x+6)$
$\rightarrow$ Il s'agit de $(a-b)(a+b)$
avec $a = x$ et $b = 6$
$D = x^2 - 6^2$
$D = x^2 - 36$

$E = (1-7x)(1+7x)$
$\rightarrow$ Il s'agit de $(a-b)(a+b)$
avec $a = 1$ et $b = 7x$
$E = 1^2 - (7x)^2$
$E = 1 - 49x^2$

$F = (8x+3)(8x-3)$
$\rightarrow$ Il s'agit de $(a+b)(a-b)$
avec $a = 8x$ et $b = 3$
$F = (8x)^2 - 3^2$
$F = 64x^2 - 9$

Dans chaque ligne, choisis la/les bonne(s) réponse(s) parmi les propositions :

$(\mathbf{5}+\boldsymbol{x})(\boldsymbol{x}-\mathbf{5})=$	$(x+5)(x-5)$	$(5+x)(5-x)$	$(x-5)(x+5)$
$(-\mathbf{3}+\mathbf{2}\boldsymbol{x})(\mathbf{2}\boldsymbol{x}+\mathbf{3})=$	$(3-2x)(3+2x)$	$(2x-3)(2x+3)$	$(-3+2x)(2x-3)$
$(-\mathbf{9}\boldsymbol{x}-\mathbf{2})(\mathbf{9}\boldsymbol{x}-\mathbf{2})=$	$(-2-9x)(-2+9x)$	$(2-9x)(2+9x)$	$(9x-2)(9x+2)$

Développe les expressions suivantes grâce à l'identité remarquable :

$G=(x-10)(10+x)$

$G=(x-10)(x+10)$

→ Il s'agit de $(a-b)(a+b)$ avec $a=x$ et $b=10$

$G=x^2-10^2$

$G=x^2-100$

$H=(-3-5x)(-3+5x)$

→ Il s'agit de $(a-b)(a+b)$ avec $a=-3$ et $b=5x$

$H=(-3)^2-(5x)^2$

$H=9-25x^2$

$I=(-4+7x)(7x+4)$

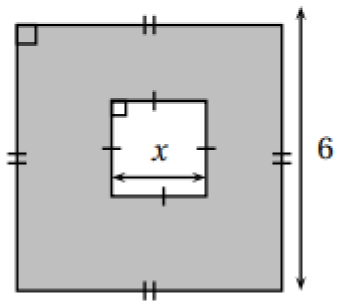
$I=(7x-4)(7x+4)$

→ Il s'agit de $(a-b)(a+b)$ avec $a=7x$ et $b=4$

$I=(7x)^2-4^2$

$I=49x^2-16$

On considère la figure suivante constituée d'un carré de côté 6 m dans lequel il a été découpé un carré de côté x avec $x<6$.
On s'intéresse à l'aire de la partie grise.



1. Si x = 2 m, prouve que l'aire grise est égale à 32 m².

$Aire_{grise}=Aire_{grand\ carré}-Aire_{petit\ carré}$

$=6\times6-2\times2=36-4=32\ m^2$

2. Exprime, en fonction de x, l'aire grise.

$Aire_{grise}=Aire_{grand\ carré}-Aire_{petit\ carré}=6^2-x^2=36-x^2$

3. Est-il possible de déterminer, en fonction de x, la longueur et la largeur d'un rectangle qui aurait la même aire que la partie grise ?

Avec un rectangle de longueur $6+x$ et de largeur $6-x$, on aurait :

$Aire_{rectangle}=(6+x)\times(6-x)=6^2-x^2=36-x^2$; on aurait bien la même aire.

4. Vérifie avec la valeur x = 2 m de la question 1.

Le rectangle aurait comme dimension : $L=6+2=8m$ et $l=6-2=4m$
donc $A=8\times4=32\ m^2$, la même aire que la partie grise de la question 1.

Développer une expression littérale.

Méthode pour développer une expression littérale.

Tu maîtrises désormais plusieurs outils pour développer une expression littérale et supprimer des parenthèses :

1. **Simple distributivité**
2. **Double distributivité**
3. **Suppression de parenthèses et signe**
4. **Identité remarquable**

→ il faut prendre le temps d'**identifier la bonne méthode** !

Parmi ces expressions à développer, entoure :

- **en bleu les simples distributivités ;**
- **en vert les doubles distributivités ;**
- **en noir les parenthèses à supprimer (inutiles ou précédées d'un « – ») ;**
- **en rouge les identités remarquables.**

Une expression peut être entourée de plusieurs couleurs…

$(3x+2)(5x-2)$	$(4x-7)-(4x+7)$	$2x+5(2x-5)$	$(5x+3)+(5x-3)$
$(4x+1)(4x-1)$	$7+2x(7-2x)$	$(3x-4)(4+3x)$	$(6x-2)(2x+6)$
$2(x-1)(2x+1)$	$(8x-3)^2-x^2$	$3x-(2+3x)\times 2$	$8-(x+2)(x-2)$

Développe et réduis chacune des expressions suivantes en indiquant la/les bonne(s) méthode(s) :

❶ **Simple distributivité**
❷ **Double distributivité**
❸ **Suppression de parenthèses et signe**
❹ **Identité remarquable**

$J=3x-5(3x+5)$ ❶ $J=3x-5\times 3x+(-5)\times 5$ $J=3x-15x-25$ $J=-12x-25$	$K=(4x+6)-(4x-6)$ ❸ $K=4x+6-4x+6$ $K=12$
$L=(7x-2)(2x+7)$ ❷ $L=7x\times 2x+7x\times 7+(-2)\times 2x+(-2)\times 7$ $L=14x^2+49x-4x-14$ $L=14x^2+45x-14$	$M=(-8x+1)(-8x-1)$ ❹ $M=(-8x)^2-1^2$ $M=64x^2-1$

$N = 6 - (3x + 1)(3x - 1)$

Développe $(3x + 1)(3x - 1)$: ❹ $(3x + 1)(3x - 1) = \mathbf{9x^2 - 1}$

Développe l'expression N : $N = 6 - (\mathbf{9x^2 - 1})$

❸ $N = 6 - 9x^2 + 1$

$N = 7 - 9x^2$

Utiliser l'identité remarquable pour du calcul astucieux.

Méthode pour utiliser l'identité remarquable en calcul astucieux.

Cas ① : je repère un calcul de la forme $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$

Exemple : $\boldsymbol{A} = (\sqrt{\mathbf{7}} - \mathbf{2})(\sqrt{\mathbf{7}} + \mathbf{2})$

→ j'identifie a et b ;

→ j'écris la forme développée $a^2 - b^2$ en remplaçant a et b ;

→ je calcule a^2 et b^2 et simplifie.

On a : $a = \sqrt{7}$ et $b = 2$

$A = (\sqrt{7})^2 - 2^2$

$A = 7 - 4$

$A = 3$

Cas ② : j'ai un **produit de deux nombres** qui n'est pas de la forme $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$

- **Je cherche à obtenir la forme** $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$

Exemple : $\boldsymbol{B} = \mathbf{98} \times \mathbf{102}$

→ je détermine $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$:

a est la moyenne des deux nombres ;

on retrouve b à partir de la forme $(a - b)(a + b)$;

→ j'écris la forme développée $a^2 - b^2$ en remplaçant a et b ;

→ je calcule a^2 et b^2 et simplifie.

$a = 100$ on trouve de tête la valeur centrale entre 98 et 102 ou on calcule la moyenne : $a = \frac{98+102}{2}$

donc $B = (100 - 2)(100 + 2)$
on trouve $b = 2$

$B = 100^2 - 2^2$

$B = 10\,000 - 4$

$B = 9\,996$

Calcule astucieusement :

$P = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$

→ Il s'agit de $(a - b)(a + b)$
avec $a = \sqrt{5}$ et $b = 1$

$P = (\sqrt{5})^2 - 1^2$

$P = 5 - 1 = 4$

$Q = (4 + \sqrt{6})(4 - \sqrt{6})$

→ Il s'agit de $(a + b)(a - b)$
avec $a = 4$ et $b = \sqrt{6}$

$Q = 4^2 - (\sqrt{6})^2$

$Q = 16 - 6 = 10$

$R = (\sqrt{7} - \sqrt{13})(\sqrt{7} + \sqrt{13})$

→ Il s'agit de $(a + b)(a - b)$
avec $a = \sqrt{7}$ et $b = \sqrt{13}$

$R = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{13})^2$

$R = 7 - 13 = -6$

1. Développe et réduis l'expression $S = (x - 1)(x + 1)$:

$S = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$

2. Calcule S pour $x = 100$, dans l'expression de l'énoncé et dans l'expression développée.

$S = (100 - 1)(100 + 1) = 99 \times 101 = 9\,999$

$S = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9\,999$

3. De même, calcule de façon astucieuse en utilisant une identité remarquable :

$T = 97 \times 103$

On cherche la forme $(a - b)(a + b)$

Entre 97 et 103, on devine $a = 100$

On en déduit que $b = 3$

$T = (100 - 3) \times (100 + 3)$

$T = 100^2 - 3^2$

$T = 10\,000 - 9 = \mathbf{9\,991}$

$U = 45 \times 35$

On cherche la forme $(a + b)(a - b)$

Entre 45 et 35, on devine $a = 40$

On en déduit que $b = 5$

$U = (40 + 5) \times (40 - 5)$

$U = 40^2 - 5^2$

$U = 1\,600 - 25 = \mathbf{1\,575}$

$V = 16 \times 24$

$V = (20 - 4) \times (20 + 4)$

$V = 20^2 - 4^2$

$V = 400 - 16 = \mathbf{384}$

$W = 38 \times 62$

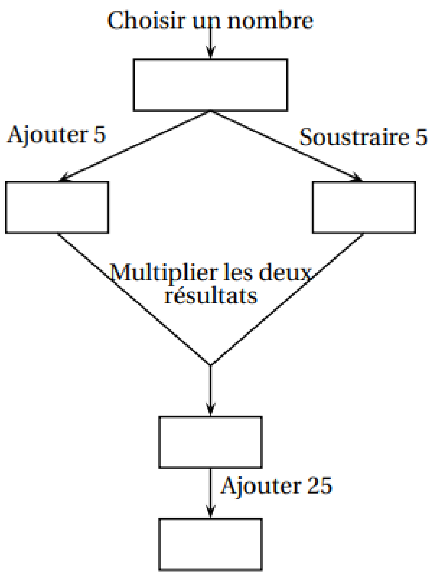
$W = (50 - 12) \times (50 + 12)$

$W = 50^2 - 12^2$

$W = 2\,500 - 144 = \mathbf{2\,356}$

Questions de brevet.

1. On considère le programme de calcul suivant :



a. Si on choisit le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin du programme.

$(\mathbf{7}+\mathbf{5})\times(\mathbf{7}-\mathbf{5})+\mathbf{25} = \mathbf{12}\times\mathbf{2}+\mathbf{25} = \mathbf{24}+\mathbf{25} = \mathbf{49}$.

Avec 5 au départ on obtient bien 49 en sortie.

b. Si on choisit le nombre – 4, quel résultat obtient-on à la fin du programme ?

$(-\mathbf{4}+\mathbf{5})(-\mathbf{4}-\mathbf{5})+\mathbf{25} = \mathbf{1}\times(-\mathbf{9})+\mathbf{25} = -\mathbf{9}+\mathbf{25} =$ $\mathbf{16}$. Avec – 4 au départ on obtient 16 en sortie.

c. On note $\boldsymbol{x}$ le nombre choisi au départ. Exprimer en fonction de $\boldsymbol{x}$ le résultat obtenu.

$(\boldsymbol{x}+\mathbf{5})(\boldsymbol{x}-\mathbf{5})+\mathbf{25}$

d. Développer et réduire $(\boldsymbol{x}+\mathbf{5})(\boldsymbol{x}-\mathbf{5})$.

On développe l'identité remarquable : $(\boldsymbol{x}+\mathbf{5})(\boldsymbol{x}-\mathbf{5}) = \boldsymbol{x}^2-\mathbf{5}^2 = \boldsymbol{x}^2-\mathbf{25}$.

e. Sarah dit : « Avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ ». Qu'en pensez-vous ?

D'après le calcul précédent : $(\boldsymbol{x}+\mathbf{5})(\boldsymbol{x}-\mathbf{5})+\mathbf{25} = \boldsymbol{x}^2-\mathbf{25}+\mathbf{25} = \boldsymbol{x}^2$. Sarah a raison.

2. On considère l'équation $(x-3)(x+3)=16$.

a. Développer l'expression $(x-3)(x+3)$: $(x-3)(x+3)=x^2-3^2=x^2-9$

b. En déduire les solutions de $(x-3)(x+3)=16 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-9=16$

$x^2-9+9=16+9$

$x^2=25 \quad donc\ x=5\ \ ou\ \ x=-5$

Les solutions sont 5 et – 5.

Vérification : $(5-3)\times(5+3)=2\times 8=16$ ✓ $\quad et \quad (-5-3)\times(-5+3)=-8\times(-2)=16$ ✓

c. De même, résoudre : $(2x-5)(2x+5)=7$.

On développe l'identité remarquable : $(2x-5)(2x+5)=4x^2-25$

On obtient donc l'équation $4x^2-25=7$

$4x^2-25+25=7+25$

$\frac{4x^2}{4}=\frac{32}{4}$

$x^2=8 \quad donc\ x=\sqrt{8}\ \ ou\ \ x=-\sqrt{8}$ Les solutions sont $\sqrt{8}$ et – $\sqrt{8}$.

Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète	Développer avec une identité

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Développer à l’aide d’une identité remarquable - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire

Découvrez d'autres exercices en : 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Dév

- Développer et réduire une expression littérale - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire
- Développer à l’aide d’une identité remarquable - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire
- Développer et réduire une expression littérale - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire
- Développer une expression - Exercices à imprimer : 3eme Secondaire

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Factorisation - PDF à imprimer
- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Synthèse calcul littéral - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développeme

- Cours 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction
- Evaluations 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction
- Vidéos pédagogiques 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction
- Vidéos interactives 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction
- Séquence / Fiche de prep 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction