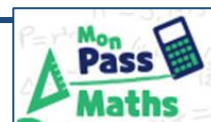


Factoriser à l'aide d'une identité remarquable



Je révise mon brevet pas à pas.



Correction

Prérequis : cours « Factoriser une expression littérale » et « Développer et réduire une expression littérale ».

- Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme (ou différence) en un produit. **C'est le contraire de développer :**

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b) \quad \text{et} \quad k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

→ Il faut repérer le **facteur commun**.

→ On regroupe dans une parenthèse les autres facteurs, en addition ou soustraction.

Exemples :

$$3x + 12 = 3 \times x + 3 \times 4 = 3 \times (x + 4)$$
$$x^2 - 7x = x \times x - 7 \times x = x \times (x - 7)$$
$$4x(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1) \times (4x + 3)$$

- Suppression de **parenthèses précédées d'un « - »** : on change les signes à l'intérieur.

Exemples :

$$5x - (2x - 7) = 5x - 2x + 7 = 3x + 7$$
$$4x - 7 - (-3x + 5) = 4x - 7 + 3x - 5 = 7x - 12$$

Factoriser avec une identité remarquable.

Méthode pour factoriser une identité remarquable

Soient a et b deux nombres quelconques, on a l'identité remarquable :

$$\begin{array}{ccc} \text{Forme} & a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) & \text{Forme} \\ \text{développée} & \xrightarrow{\text{on factorise}} & \text{factorisée} \end{array}$$

Pour factoriser à l'aide de cette identité remarquable :

- ① on repère l'identité remarquable comme **la différence de deux carrés** ;
- ② on identifie **a** et **b** ;
- ③ on applique l'identité, sous sa forme factorisée.

Exemples :

$$A = 9x^2 - 25$$

$$A = (3x)^2 - 5^2$$

$$A = (3x - 5)(3x + 5)$$

→ on repère la différence de deux carrés

→ on identifie $a = 3x$ et $b = 5$ dans $a^2 - b^2$

→ on remplace a par $3x$ et b par 5 dans $(a - b)(a + b)$

$$B = (4x - 7)^2 - 100$$

$$B = (4x - 7)^2 - 10^2$$

$$B = (4x - 7 - 10)(4x - 7 + 10)$$

$$B = (4x - 17)(4x + 3)$$

→ on repère la différence de deux carrés

→ on identifie $a = 4x - 7$ et $b = 10$ dans $a^2 - b^2$

→ on remplace a par $4 - 7x$ et b par 5 dans $(a - b)(a + b)$

✓ Complète :

L'expression...	9	$25x^2$	$4x^2$	100	$36x^2$	$16x^2$
est le carré de ...	3	$5x$	$2x$	10	$6x$	$4x$

✓ Complète les factorisations suivantes :

$$A = x^2 - 16 = x^2 - 4^2$$

Il s'agit de $a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = 4$,

$$\text{donc : } A = (x - 4)(x + 4)$$

$$B = 9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2$$

Il s'agit de $a^2 - b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 5$,

$$\text{donc : } B = (3x - 5)(3x + 5)$$

✓ Factorise les expressions suivantes grâce à l'identité remarquable :

$$C = x^2 - 64$$

$$C = x^2 - 8^2$$

→ Il s'agit de $a^2 - b^2$

avec $a = x$ et $b = 8$

$$C = (x - 8)(x + 8)$$

$$D = 49x^2 - 1$$

$$D = (7x)^2 - 1^2$$

→ Il s'agit de $a^2 - b^2$

avec $a = 7x$ et $b = 1$

$$D = (7x - 1)(7x + 1)$$

$$E = 81x^2 - 4$$

$$E = (9x)^2 - 2^2$$

→ Il s'agit de $a^2 - b^2$

avec $a = 9x$ et $b = 2$

$$E = (9x - 2)(9x + 2)$$

✓ Complète les factorisations suivantes :

$$F = (2x - 3)^2 - 36$$

$$F = (2x - 3)^2 - 6^2$$

Il s'agit de $a^2 - b^2$ avec $a = 2x - 3$ et $b = 6$.

$$F = ((2x - 3) - 6)((2x - 3) + 6)$$

Parenthèses « inutiles »

$$F = (2x - 9)(2x + 3)$$

$$G = 100 - (x + 3)^2$$

$$G = 10^2 - (x + 3)^2$$

Il s'agit de $a^2 - b^2$ avec $a = 10$ et $b = x + 3$.

$$G = (10 - (x + 3))(10 + (x + 3))$$

Suppression de parenthèses précédées d'un « - »

$$G = (10 - x - 3)(10 + x + 3)$$

$$G = (7 - x)(13 + x)$$

Attention aux changements de signes pour les parenthèses précédées d'un « - »

✓ Factorise les expressions suivantes :

$$H = (2x + 5)^2 - 121$$

$$H = (2x + 5)^2 - 11^2$$

→ Il s'agit de $a^2 - b^2$

avec $a = 2x + 5$ et $b = 11$

$$H = ((2x + 5) - 11)((2x + 5) + 11)$$

$$H = (2x - 6)(2x + 16)$$

$$I = (4x + 7)^2 - (x - 3)^2$$

→ Il s'agit de $a^2 - b^2$

avec $a = 4x + 7$ et $b = x - 3$

$$I = ((4x + 7) - (x - 3))((4x + 7) + (x - 3))$$

$$I = (4x + 7 - x + 3)(4x + 7 + x - 3)$$

$$I = (3x + 10)(5x + 4)$$

✓ Un professeur demande à ses élèves :

Calculer astucieusement $105^2 - 95^2$

Alors que beaucoup soupirent devant l'apparente difficulté de ce calcul, très rapidement Malicia lève la main ! Mais elle est très timide et parle tout bas...

Ses camarades n'entendent pas sa réponse, mais seulement la fin de son explication :

... avec $a = 105$ et $b = 95$

1. Retrouve la démarche de Malicia, détaille son calcul, et donne le résultat.

Elle a reconnu $a^2 - b^2$ avec $a = 105$ et $b = 95$.

Elle a ensuite factorisé l'identité remarquable sous la forme $(a - b)(a + b)$:

$$105^2 - 95^2 = (105 - 95)(105 + 95) = 10 \times 200 = 2000$$

2. De même, calcule astucieusement :

$$75^2 - 25^2$$

$a^2 - b^2$ avec

$$a = 75 \text{ et } b = 25$$

$$= (75 - 25) \times (75 + 25)$$

$$= 50 \times 100 = \mathbf{5000}$$

$$33^2 - 13^2$$

$a^2 - b^2$ avec

$$a = 33 \text{ et } b = 13$$

$$= (33 - 13) \times (33 + 13)$$

$$= 20 \times 46 = \mathbf{920}$$

$$55^2 - 53^2$$

$a^2 - b^2$ avec

$$a = 55 \text{ et } b = 53$$

$$= (55 - 53)(55 + 53)$$

$$= 2 \times 108 = \mathbf{216}$$

Méthode pour factoriser une expression littérale.

Etape ① : j'identifie le cas de factorisation :

→ je repère un facteur commun :	ou	→ je repère la différence de deux carrés :
$k \times a + k \times b$ ou $k \times a - k \times b$		$a^2 - b^2$

Etape ② : j'applique la factorisation :

→ avec la distributivité :	→ avec l'identité remarquable :
$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$ $k \times a - k \times b = k \times (a - b)$	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Remarques :

- Une factorisation est terminée quand l'expression est un produit.
- Une factorisation peut s'effectuer en plusieurs étapes.
- Une expression n'est pas toujours « factorisable ».

Exemples :

$A = (2x + 7)(x + 5) + x^2 - 25$	① j'identifie la différence de deux carrés .
$A = (2x + 7)(x + 5) + x^2 - 5^2$	② j'applique l'identité remarquable .
$A = (2x + 7)(x + 5) + (x - 5)(x + 5)$	③ je repère un facteur commun .
$A = (x + 5)((2x + 7) + (x - 5))$	④ je factorise avec la distributivité .
$A = (x + 5)(3x + 2)$	← Forme factorisée (produit)

☒ Parmi les expressions suivantes, entoure celles qui correspondent à un produit, c'est-à-dire qui sont sous forme factorisée :

$(3x + 2)(4x - 5)$	$(7x - 2) - (3x + 1)$	$2x + (4 \times x - 1)$	$3(4x - 6)$
$x^2 - 5x$	$x^2(3 - x)$	$(x + 1)^2 - 9$	$(x + 4)(2x + 1) + 3$

✓ Parmi les expressions suivantes, entoure :

- en bleu celles que tu reconnais comme ayant un facteur commun ;
- en rouge celles que tu reconnais comme étant la différence de deux carrés.

$$4x^2 - 121$$

$$2x^2 - 16$$

$$25x^2 - 1$$

$$16x^2 - 25x$$

$$x^2 - 100$$

$$(2x + 3)^2 - 9x^2$$

$$9x^2 + 49$$

$$(x - 8)^2 - (4x + 3)^2$$

✓ Factorise si possible les expressions suivantes :

$$J = x^2 - 7x$$

$$J = x \times x - 7 \times x \quad \text{facteur commun}$$

$$J = x \times (x - 7)$$

$$L = 9x^2 + 25$$

Il n'y a pas de facteur commun et il ne s'agit pas d'une différence de carrés : cette expression n'est pas factorisable.

$$N = 25x^2 - 1 - 3x(5x + 1)$$

$$N = (5x)^2 - 1^2 - 3x(5x + 1) \quad \text{différence de carrés}$$

$$N = (5x - 1)(5x + 1) - 3x(5x + 1) \quad \text{facteur commun}$$

$$N = (5x + 1)(5x - 1 - 3x)$$

$$N = (5x + 1)(2x - 1)$$

$$K = (x - 8)^2 - 16$$

$$K = (x - 8)^2 - 4^2 \quad \text{différence de carrés}$$

$$K = (x - 8 - 4)(x - 8 + 4)$$

$$K = (x - 12)(x - 4)$$

$$M = (4x - 1)^2 - 6(4x - 1)$$

$$M = (4x - 1)(4x - 1) - 6(4x - 1) \quad \text{facteur commun}$$

$$M = (4x - 1)(4x - 1 - 6)$$

$$M = (4x - 1)(4x - 7)$$

✓ 1. Factorise $P = (x + 5)^2 - 9x^2$.

$$P = (x + 5)^2 - (3x)^2$$

$$P = (x + 5 - 3x)(x + 5 + 3x) = (-2x + 5)(4x + 5)$$

2. En déduire la forme factorisée de l'expression : $Q = (x + 5)^2 - 9x^2 - (x - 7)(4x + 5)$.

$$Q = (x + 5)^2 - 9x^2 - (x - 7)(4x + 5)$$

On retrouve P dans l'expression Q donc on utilise la forme factorisée de P :

$$Q = (-2x + 5)(4x + 5) - (x - 7)(4x + 5) \quad \text{facteur commun}$$

$$Q = (4x + 5)[(-2x + 5) - (x - 7)]$$

$$Q = (4x + 5)[-2x + 5 - x + 7]$$

$$Q = (4x + 5)(-3x + 12)$$

Attention aux changements de signes pour les parenthèses précédées d'un « - »

3. Calcule Q pour $x = 5$. Détaille les calculs.

On peut choisir d'utiliser la forme factorisée, plus courte :

$$Q = (4 \times 5 + 5)(-3 \times 5 + 12) = (20 + 5) \times (-15 + 12) = 25 \times (-3) = -75$$

Remarque : calculer Q pour $x = 5$ avec son expression initiale peut servir à vérifier la factorisation, si le résultat est également -75.

 On considère le programme de calcul suivant :

1. Vérifie qu'en effectuant ce programme avec -4 on obtient un résultat de 160.

Choisir un nombre
Le multiplier par 5
Ajouter 7 au résultat
Calculer le carré du résultat
Soustraire 9

$$-4 \rightarrow -4 \times 5 = -20 \rightarrow -20 + 7 = -13 \rightarrow (-13)^2 = 169 \rightarrow 169 - 9 = 160$$

2. Soit x le nombre de départ, et R le résultat du programme de calcul ; exprime R en fonction de x .

$$x \rightarrow x \times 5 = 5x \rightarrow 5x + 7 \rightarrow (5x + 7)^2 \rightarrow (5x + 7)^2 - 9$$

$$R = (5x + 7)^2 - 9$$

3. Prouve que $R = (5x + 10)(5x + 4)$.

$$R = (5x + 7)^2 - 9 = (5x + 7)^2 - 3^2 \quad \text{différence de carrés : identité remarquable}$$

$$R = (5x + 7 - 3)(5x + 7 + 3) = (5x + 4)(5x + 10) \text{ ou } (5x + 10)(5x + 4)$$

4. Victor prétend que si on choisit un nombre entier comme nombre de départ, le résultat sera forcément un multiple de 5. Que penser de son affirmation ?

- Le calcul avec -4 est un exemple qui convient, 160 est bien un multiple de 5. $160 = 5 \times 32$
- Un multiple de 5 peut s'écrire sous la forme $5 \times K$.

Or $(5x + 10)$ peut encore être factorisé : $5x + 10 = 5 \times x + 5 \times 2 = 5 \times (x + 2)$

$$\text{Donc } R = (5x + 10)(5x + 4) = 5 \times (x + 2)(5x + 4)$$

Le résultat est bien un **multiple de 5**, quel que soit le nombre entier choisi au départ.

Victor a raison !



Questions de brevet.

1. Une forme factorisée de l'expression littérale $4x^2 - 9$ est...

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$(4x - 3)(4x + 3)$	$(2x - 3)(2x + 3)$	$(2x - 3)^2$	$(4x - 9)(4x + 9)$

$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2$ est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 3$

J'applique l'identité remarquable : $(2x - 3)(2x + 3)$ **Réponse B**

2. Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant la réponse :

« Pour tout nombre x , $(2x + 1)^2 - 4 = (2x + 3)(2x - 1)$. »

On peut développer chacune des expressions pour les comparer, ou remarquer une factorisation :

$(2x + 1)^2 - 4 = (2x + 1)^2 - 2^2$ est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 2x + 1$ et $b = 2$

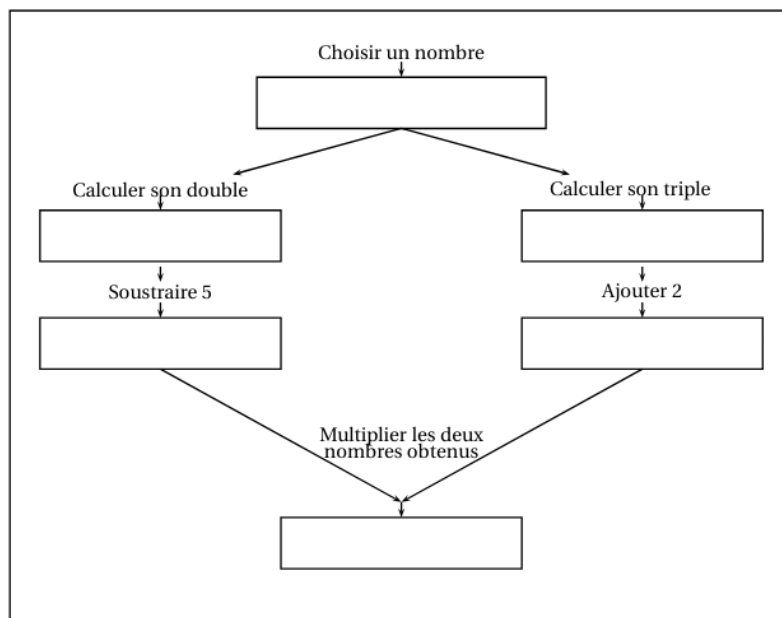
J'applique l'identité remarquable : $(2x + 1 - 2)(2x + 1 + 2) = (2x - 1)(2x + 3)$ **VRAI**

3. On considère l'expression $E = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$. Factoriser E .

$E = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$ facteur commun

$E = (x - 2)(2x - 3 + 3) = (x - 2)(2x) = 2x(x - 2)$

4. La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



a. Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est -15.

On obtient à gauche : $1 \rightarrow 2 \rightarrow -3$

et à droite : $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$,

donc à la fin : $-3 \times 5 = -15$

b. Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier.

$$A = (x^2 - 5) \times (3x + 2) \quad B = (2x - 5) \times (3x + 2) \quad C = 2x - 5 \times 3x + 2$$

On obtient à gauche : $x \rightarrow 2x \rightarrow 2x - 5$

et à droite : $x \rightarrow 3x \rightarrow 3x + 2$,

donc à la fin : $(2x - 5)(3x + 2)$: c'est l'expression B .

c. Lily prétend que l'expression $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x . L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifier.

On peut développer chacune des deux expressions, mais on peut aussi factoriser D en repérant

un facteur commun : $D = (3x + 2)(3x + 2) - (x + 7)(3x + 2)$

$$D = (3x + 2)[(3x + 2) - (x + 7)] = (3x + 2)(3x + 2 - x - 7)$$

$$D = (3x + 2)(2x - 5) = (2x - 5)(3x + 2) = B : \text{Lily a raison.}$$



Pour aller plus loin.

**Pass
Education**

Sur le site de **Pass Education**, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète



Factoriser avec une
identité



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Factorisation - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Factoriser à l'aide d'une identité remarquable - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire](#)

Découvrez d'autres exercices en : 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Fact

- [Factoriser une expression - Exercices corrigés : 3eme Secondaire](#)
- [Factorisations - Exercices corrigés - Mathématiques - Soutien scolaire : 3eme Secondaire](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Synthèse calcul littéral - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Factorisation

- [Vidéos pédagogiques 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Factorisation](#)
- [Vidéos interactives 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Factorisation](#)