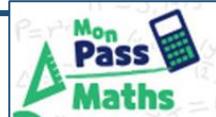


Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers



Je révise mon brevet pas à pas.



Correction

Prérequis : Critères de divisibilité et définition d'un nombre premier.

- Un **nombre premier** est un **nombre entier positif** qui possède **exactement deux diviseurs distincts** : lui-même et 1.

- 0 n'est pas premier car 0 a une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier car 1 n'a qu'un seul diviseur : lui-même.
- 2 est premier car 2 possède exactement deux diviseurs : 1 et 2.

Le nombre 2 est le plus petit nombre premier. C'est aussi le **seul nombre premier pair**.

- 3 est premier car 3 possède exactement deux diviseurs : 1 et 3.

Le nombre 3 est **le plus petit nombre premier impair**.

Les nombres premiers : introduction.

Déterminer si un nombre est premier ou non.

Il n'existe pas de façon simple au collège de déterminer si un nombre est premier ou non mais plusieurs solutions peuvent t'aider à réaliser cet exercice.

- Les nombres **pairs** (**sauf 2 !**) **ne sont pas premiers**.

- tu peux t'aider des **critères de divisibilité** :

Exemple : 117 → on sait que si la somme des chiffres d'un nombre est divisible par 9, alors ce nombre est divisible par 9. 117 n'est donc pas premier.

- Une autre solution consiste à **tester tous les diviseurs** d'un nombre n **compris entre 2 et \sqrt{n}** .

Exemple : pour déterminer si **35** est premier ou non, nous devons tester tous les diviseurs compris entre 2 et $\sqrt{35} \approx 5,9$.

35 n'est pas divisible par 2, ni par 3, ni par 4 mais est divisible par 5. Il n'est donc **pas premier**.

Voici la liste des 25 nombres premiers inférieurs à 100. Il te faut connaître **au moins les 10 premiers par cœur**.

2, 3, 5, 7

11, 13, 17, 19

23, 29

31, 37

41, 43, 47

53, 59

61, 67

71, 73, 79

83, 89

et 97

Vrai ou faux ? Coche la bonne réponse.

Questions	Vrai	Faux
Le nombre 1 est un nombre premier.		X
Le nombre 2 est un nombre premier.	X	
Il existe une infinité de nombres premiers pairs.		X
Il existe une infinité de nombres premiers impairs.	X	
Le nombre 1024 est un nombre premier.		X
Le nombre 3 est le plus petit nombre premier.		X

Parmi les nombres suivants, colorie les 10 premiers nombres premiers. Retiens-les.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Sans utiliser de calculatrice, trouve et entoure par élimination le seul nombre premier qui se cache dans la liste suivante. Explique ton raisonnement.

5 665 / 2 061 / 233 / 99 / 63 568

- Le nombre 5 665 est un multiple de 5 donc non premier.
 - Le nombre 2 061 est un multiple de 3 car $2 + 0 + 6 + 1 = 9$. 2 061 n'est donc pas premier.
 - Le nombre 99 est divisible par 11 car $99 = 11 \times 9$. 99 n'est donc pas premier.
 - Le nombre 63 568 est pair donc non premier.
- En conclusion, le nombre premier est 233.

Procède par élimination en appliquant les critères de divisibilité pour trouver les nombres premiers de cette liste.

15	14 205	37	61	57	48
108	402	201	25 212	59	39
71	72	201 104	49	618	2
97	31	231 000	43	81	89

Décomposer un nombre en un produit de facteurs premiers.

Cela peut paraître étonnant mais n'importe quel **nombre entier positif** se décompose (de façon unique) en **un produit de facteurs premiers**. Observe :

Exemple : on peut écrire $90 = 2 \times 45 = 2 \times 3 \times 15 = \underbrace{2 \times 3 \times 3 \times 5}$

90 a été écrit sous la forme d'un produit ne comportant que des facteurs premiers !

Décomposer un entier positif en un produit de facteurs premiers, exemple avec le nombre 420.

Etape ① : note un mémo rapide des 10 premiers nombres premiers que tu dois connaître :

2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29.

Etape ② :

420

2 Commence par diviser le nombre à décomposer par le premier nombre premier de la liste : 2.
 $420 \div 2 = 210$. Reporte ce nombre sous 420.

210

2 210 est également divisible par 2.
 $210 \div 2 = 105$.

105

2 3 105 n'est pas divisible par 2. Lorsque ce n'est pas possible, on teste le nombre premier suivant dans la liste : 3.
 $105 \div 3 = 35$.

35

3 5 35 n'est pas divisible par 3. On passe donc au nombre premier suivant : 5.
 $35 \div 5 = 7$

7

5 7 7 n'est pas divisible par 5. On passe donc au nombre premier suivant : 7.
 $7 \div 7 = 1$ Dès qu'on obtient 1, c'est terminé !

Etape ③ : La décomposition de 420 en un produit de facteurs premiers est donc :

$$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

2^{ème} méthode :

On peut également présenter une décomposition en produit de facteurs premiers de cette façon :

$$\begin{array}{rcl} 420 & = & 2 \times 210 \\ 420 & = & 2 \times 2 \times 105 \\ 420 & = & 2 \times 2 \times 3 \times 35 \\ 420 & = & 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \end{array}$$

Vérification : Multiplie tous les facteurs premiers obtenus pour vérifier que le produit est bien le nombre initial.

Cette méthode est **SYSTÉMATIQUE** et fonctionne **pour TOUS les nombres entiers**.

Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers en appliquant la 1^{ère} méthode.

3 150	2
1 575	2 3
525	3
175	3 5
35	5
7	5 7

5 733	3
1911	3
637	7
91	7
13	13

$$3150 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

$$5 733 = 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 13 = 3^2 \times 7^2 \times 13$$

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3

693	3
231	3
77	7
11	11

$$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^4$$

$$693 = 3 \times 3 \times 7 \times 11 = 3^2 \times 7 \times 11$$

Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers avec la méthode 2.

$$\begin{aligned} 180 &= 2 \times 90 \\ &\quad 2 \times 2 \times 45 \\ &\quad 2 \times 2 \times 3 \times 15 \\ &\quad 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ &\quad 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1155 &= 3 \times 385 \\ &\quad 3 \times 5 \times 77 \\ &\quad 3 \times 5 \times 7 \times 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 368 &= 2 \times 184 \\ &\quad 2 \times 2 \times 92 \\ &\quad 2 \times 2 \times 2 \times 46 \\ &\quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 23 \\ &\quad 2^4 \times 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 462 &= 2 \times 231 \\ &\quad 2 \times 3 \times 77 \\ &\quad 2 \times 3 \times 7 \times 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 357 &= 3 \times 119 \\ &\quad 3 \times 7 \times 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 429 &= 3 \times 143 \\ &\quad 3 \times 11 \times 13 \end{aligned}$$

1. On souhaite décomposer le nombre 14 161 en un produit de facteurs premiers. Le nombre 14 161 est-il divisible par 2 ? Par 3 ? Par 5 ? Explique.

14 161 est un nombre impair qui ne se termine ni par un nombre pair ni par 5, donc il n'est divisible ni par 2 ni par 5. De plus, $1 + 4 + 1 + 6 + 1 = 13$ qui n'est pas divisible par 3 donc 14 161 n'est pas divisible par 3.

2. Teste à la calculatrice la divisibilité de 14 161 par 7, 11 et 17.

14 161 est divisible par 7 et par 17 mais pas par 11.

3. Déduis-en la décomposition en un produit de facteurs premiers du nombre 14 161.

$$14\ 161 = 7 \times 2023 = 7 \times 7 \times 289 = 7 \times 7 \times 17 \times 17.$$

Simplifier des fractions avec la décomposition en produit de facteurs premiers.

La décomposition en un produit de facteurs premiers est notamment utile pour **simplifier une fraction**.

Simplifier une fraction en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers

Exemple : Simplifie la fraction $\frac{210}{75}$.

Etape ① : décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers :

$$210 = 2 \times 105 = 2 \times 3 \times 35 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$75 = 3 \times 25 = 3 \times 5 \times 5$$

Etape ② : Remplace dans la fraction, barre ce qu'il y a de commun en haut et en bas et

multiplie les facteurs restants : $\frac{210}{75} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{5} \times 5} = \frac{14}{5}$

- 1) Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers :

$$42 = 6 \times 7 = 2 \times 3 \times 7$$

$$20 = 4 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$$

$$105 = 3 \times 35 = 3 \times 5 \times 7$$

$$28 = 2 \times 14 = 2 \times 2 \times 7$$

- 2) Utilise les décompositions précédentes pour simplifier les fractions suivantes comme

dans l'exemple : $\frac{20}{105} = \frac{2 \times 2 \times 5}{3 \times 5 \times 7} = \frac{2 \times 2}{3 \times 7} = \frac{4}{21}$

$$\frac{105}{42} = \frac{3 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{20}{42} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{20}{28} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 2 \times 7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{28}{105} = \frac{2 \times 2 \times 7}{3 \times 5 \times 7} = \frac{2 \times 2}{3 \times 5} = \frac{4}{15}$$

1. Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers.

a. $644 = 2 \times 2 \times 7 \times 23$

$$\begin{aligned} 644 &= 2 \times 322 \\ &= 2 \times 2 \times 161 \\ &= 2 \times 2 \times 7 \times 23 \end{aligned}$$

b. $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

840	2
420	2
210	2
105	3
35	5
7	7

c. $1\ 575 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$

$$\begin{aligned} 1575 &= 3 \times 525 \\ &= 3 \times 3 \times 175 \\ &= 3 \times 3 \times 5 \times 35 \\ &= 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

d. $2\ 310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

2 310	2
1 155	3
385	5
77	7
11	11

2. Déduis-en les simplifications des fractions suivantes.

a. $\frac{840}{2310}$

b. $\frac{644}{840}$

c. $\frac{1575}{2310}$

$$\begin{aligned} \frac{840}{2310} &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11} \\ &= \frac{4}{11} \end{aligned}$$

$$\frac{644}{840} = \frac{2 \times 2 \times 7 \times 23}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{23}{30}$$

$$\frac{1575}{2310} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11} = \frac{15}{22}$$



Questions de brevet.

1. Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 780. Aucune justification n'est attendue.

$$780 = 2 \times 390 = 2 \times 2 \times 195 = 2 \times 2 \times 5 \times 39 = 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 13$$

Finalement $780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$

2. Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées.

Une seule réponse est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
2. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 126 ?	$2 \times 9 \times 7$	$2^2 \times 5^2 + 2 \times 13$	$2 \times 3^2 \times 7$

3. [...]

Le professionnel et l'amateur partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours de circuit.

On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.

- a. Décomposer 60 et 72 en produit de facteurs premiers.

$$60 = 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 2^2 \times 3 \times 5.$$

$$72 = 8 \times 9 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2.$$



Pour aller plus loin.

Pass Education

Sur le site de [Pass Education](http://www.pass-education.fr), tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

<u>Séquence complète</u>	 Nombres premiers
	 Brevet 5 Brevet 6 Brevet 7
<u>Exercices type Brevet</u>	 Brevet 11 Brevet 13 Brevet 15

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire](#)

Découvrez d'autres exercices en : [3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers](#)

- [Critères de divisibilité et résolution de problèmes - Exercices corrigés : 3eme Secondaire](#)
- [Nombres premiers et simplification de fractions - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Carré et racine carrée d'un nombre - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Fractions - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Les puissances - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : [3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers](#)

- [Cours 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers](#)
- [Evaluations 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers](#)
- [Vidéos pédagogiques 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers](#)
- [Vidéos interactives 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers](#)
- [Séquence / Fiche de prep 3eme Secondaire Mathématiques : Nombres et calculs Nombres premiers](#)