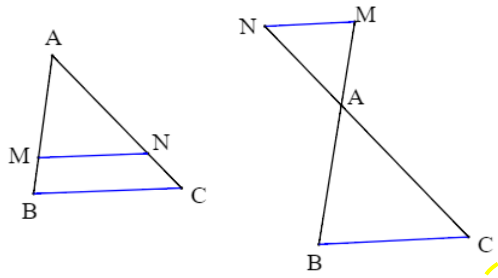
Déterminer si des droites sont parallèles avec Thalès

Je révise mon brevet pas à pas.

Correction

Prérequis : cours « Calculer une longueur avec le théorème de Thalès ».



Dans de telles configurations, avec :
A, M et B **alignés**, ainsi que A, N et C,
et (MN) et (AB) **parallèles**.

D'après le théorème de Thalès, on a :

sommet commun

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

→ Triangle AMN
→ Triangle ABC

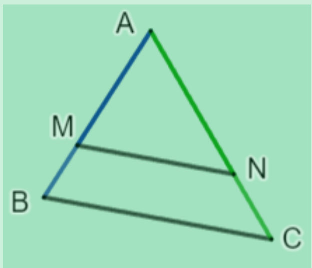
- En connaissant certaines longueurs dans ces quotients, le produit en croix permet de **calculer une nouvelle longueur**.

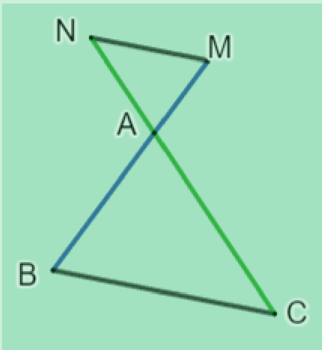
Vérifier l'égalité de Thalès.

Méthode pour vérifier l'égalité de Thalès

On teste si les deux quotients de Thalès qui font intervenir <u>les côtés en prolongement</u> sont égaux :

$$\frac{AM}{AB} \overset{?}{=} \frac{AN}{AC}$$





<u>Séparément</u>, **j'écris les deux quotients**, et remplace les valeurs.

→ **je vérifie s'il y a égalité** :

cas ① : en comparant leurs **valeurs décimales** *(pas de valeurs approchées !)*.

exemple : $\frac{7}{10}$ et $\frac{5,6}{8}$

$\frac{7}{10} = \mathbf{0,7}$ $\quad \frac{5,6}{8} = \mathbf{0,7}$

Donc $\frac{7}{10} = \frac{5,6}{8}$

cas ② : en travaillant sur les **écritures fractionnaires**.

exemple : $\frac{2,4}{3,6}$ et $\frac{3}{4,5}$

$\frac{2,4^{\times 10}}{3,6_{\times 10}} = \frac{24^{\div 12}}{36_{\div 12}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$

$\frac{3^{\times 2}}{4,5_{\times 2}} = \frac{6^{\div 3}}{9_{\div 3}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$

La calculatrice donne aussi cette écriture.

Donc $\frac{2,4}{3,6} = \frac{3}{4,5}$

cas ③ : en calculant les **produits en croix**.

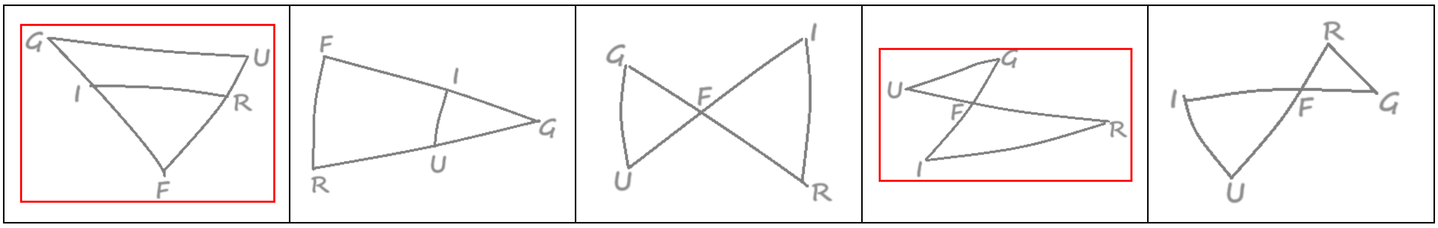
exemple : $\frac{4,6}{3,4}$ et $\frac{6,9}{5,1}$

$4,6 \times 5,1 = \mathbf{23,46}$

$3,4 \times 6,9 = \mathbf{23,46}$

Donc $\frac{4,6}{3,4} = \frac{6,9}{5,1}$

Parmi ces figures, réalisées à main levée, dans la/lesquelle(s) peut-on calculer les quotients $\frac{FI}{FG}$ et $\frac{FR}{FU}$ pour vérifier l'égalité de Thalès ?

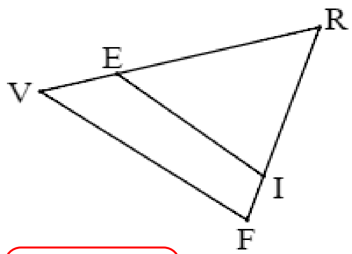


FI et FU ne sont pas des côtés de triangle.

FI et FG ne sont pas des côtés en prolongement.

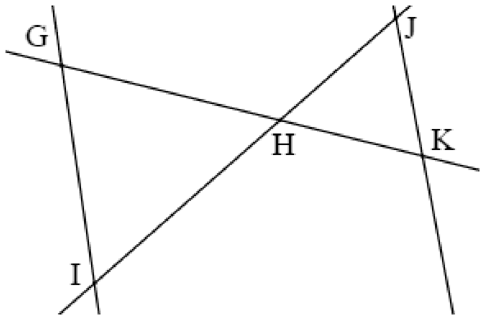
FI et FR, au numérateur, ne sont pas dans le même triangle.

Dans la figure ci-contre, quels quotients peut-on calculer pour vérifier l'égalité de Thalès ?



$\frac{EV}{ER}$ et $\frac{IF}{IR}$ $\quad$ $\boxed{\frac{RV}{RE} \text{ et } \frac{RF}{RI}}$ $\quad$ $\frac{RE}{RV}$ et $\frac{EI}{VF}$ $\quad$ $\frac{RE}{RI}$ et $\frac{RV}{RF}$ $\quad$ $\boxed{\frac{IR}{FR} \text{ et } \frac{RE}{RV}}$ $\quad$ $\frac{RI}{RF}$ et $\frac{RV}{RE}$

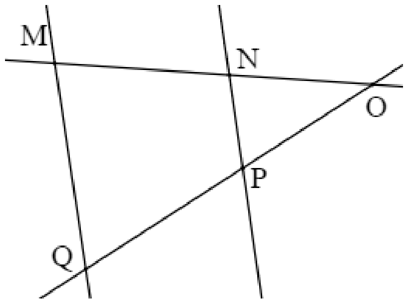
Pour chacune des figures suivantes, indique deux quotients à calculer pour vérifier l'égalité de Thalès.



$\frac{HJ}{HI}$ et $\frac{HK}{HG}$ → Triangle HJK → Triangle GHI

côtés en prolongement

ou inversement : $\frac{HI}{HJ}$ et $\frac{HG}{HK}$



$\frac{OM}{ON}$ et $\frac{OQ}{OP}$ → Triangle OMQ → Triangle ONP

côtés en prolongement

ou inversement : $\frac{ON}{OM}$ et $\frac{OP}{OQ}$

Dans chaque cas, détermine si les quotients sont égaux avec la méthode de ton choix :

$\frac{7,8}{6,3}$ et $\frac{5,3}{4,2}$

avec les produits en croix :

$7,8 \times 4,2 = 32,76$

$6,3 \times 5,3 = 33,39$

donc $\frac{7,8}{6,3} \neq \frac{5,3}{4,2}$

$\frac{6,6}{7,7}$ et $\frac{3}{3,5}$

avec les fractions :

$\frac{6,6^{\times 10}}{7,7^{\times 10}} = \frac{66^{\div 11}}{77^{\div 11}} = \frac{6}{7}$

$\frac{3^{\times 2}}{3,5^{\times 2}} = \frac{6}{7}$

donc $\frac{6,6}{7,7} = \frac{3}{3,5}$

$\frac{7}{8}$ et $\frac{8,7}{10}$

avec les valeurs décimales :

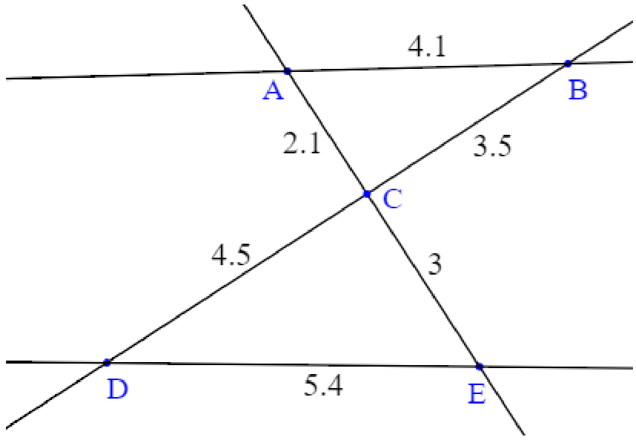
$\frac{7}{8} = 0,875$

$\frac{8,7}{10} = 0,87$

donc $\frac{7}{8} \neq \frac{8,7}{10}$

Complète l'exercice suivant :

Déterminer si l'égalité de Thalès est vérifiée dans les figures suivantes :

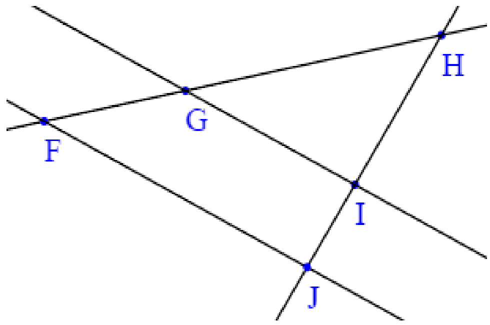


On va comparer les quotients $\frac{CA}{CE}$ et $\frac{CB}{CD}$.

- $\frac{CA}{CE} = \frac{2,1}{3} = \frac{7}{10}$ ou 0,7
- $\frac{CB}{CD} = \frac{3,5}{4,5} = \frac{7}{9}$

Donc $\frac{CA}{CE} \neq \frac{CB}{CD}$

L'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.



On a :
HG = 4,2
HI = 3,5
GI = 2,8
FJ = 4,4
FG = 2,4
IJ = 2

On va comparer les quotients $\frac{HG}{HF}$ et $\frac{HI}{HJ}$.

- $\frac{HG}{HF} = \frac{4,2}{HG+GF} = \frac{4,2}{4,2+2,4} = \frac{4,2}{6,6}$
- $\frac{HI}{HJ} = \frac{3,5}{HI+IJ} = \frac{3,5}{3,5+2} = \frac{3,5}{5,5}$

Produits en croix : $4,2 \times 5,5 = 23,1$

$3,5 \times 6,6 = 23,1$

Donc $\frac{HG}{HF} = \frac{HI}{HJ}$

L'égalité de Thalès est vérifiée.

Utiliser la réciproque du théorème de Thalès.

Méthode pour justifier que des droites sont parallèles à l'aide de la réciproque du théorème de Thalès.

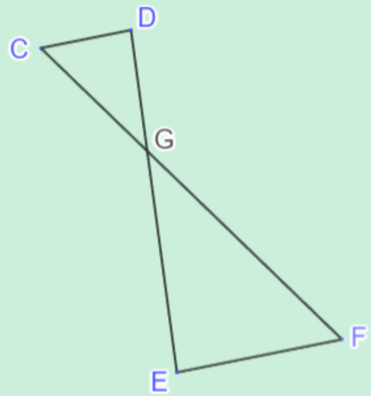
Etape ① : Je **présente** la figure, avec des **points alignés dans le même ordre**.

Etape ② : Je **calcule séparément** les deux quotients de Thalès et les compare.

Etape ③ : Si ces 2 quotients sont **égaux**, l'égalité de Thalès est vérifiée et je conclus à l'aide de la **réciproque du théorème de Thalès** que **les droites sont parallèles.**

Exemple : Détermine si les droites (CD) et (EF) sont parallèles.

Les droites (DE) et (CF) se coupent en G ;
CG = 6 cm ; DG = 5,4 cm ;
GE = 12,6 cm ; GF = 14 cm.



MODELE DE REDACTION

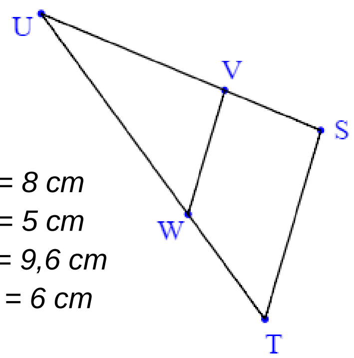
- **Les points C, G et F sont alignés ;**
  ainsi que les points D, G et E, dans le même ordre.
- **D'une part :** $\frac{CG}{GF} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ | **D'autre part :** $\frac{DG}{GE} = \frac{5,4}{12,6} = \frac{3}{7}$
- $\frac{CG}{GF} = \frac{DG}{GE}$ **donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (CD) et (EF) sont parallèles.**

Remarques :

- Sans les droites parallèles sur la figure initiale, il faut citer les points dans l'ordre pour s'assurer qu'il s'agit d'une configuration de Thalès.
- Une fois le parallélisme établi, il est possible d'utiliser le théorème de Thalès dans la figure pour calculer une longueur manquante.

Dans la figure ci-contre, prouve que les droites (VW) et (ST) sont parallèles :

US = 8 cm
UV = 5 cm
UT = 9,6 cm
UW = 6 cm



Les points U, V et S sont alignés ;
ainsi que les points U, W et T, dans le même ordre.

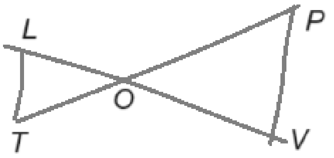
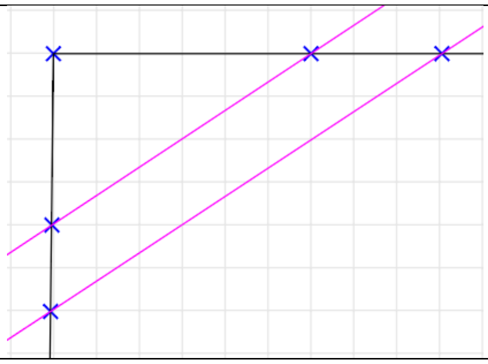
D'une part : $\frac{UV}{US} = \frac{5}{8} = 0,625$

D'autre part : $\frac{UW}{UT} = \frac{6}{9,6} = 0,625$

(ou les quotients inverses : $\frac{US}{UV}$ et $\frac{UT}{UW}$ dont les valeurs décimales sont égales à 1,6)

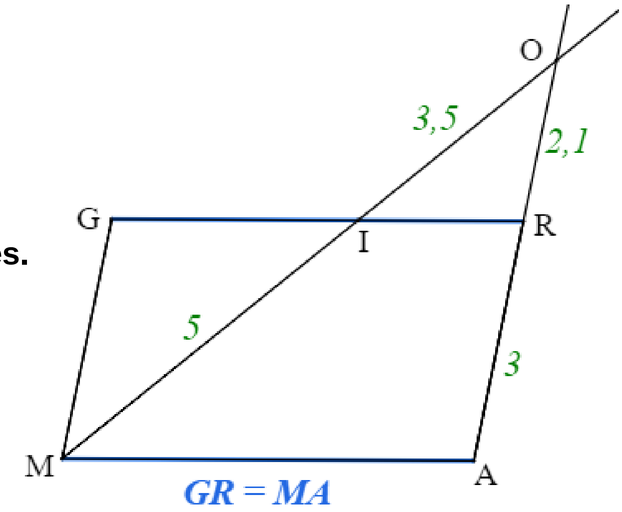
$\frac{UV}{US} = \frac{UW}{UT}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (VW) et (ST) sont parallèles.

Dans chaque ligne, choisis la bonne réponse parmi les trois propositions :

 (LT) // (PV) si…	$\frac{LO}{LV} = \frac{TO}{TP}$	$\frac{LO}{OV} = \frac{TO}{OP}$	$\frac{LO}{OP} = \frac{TO}{OV}$
Dans une configuration de Thalès, Si $\frac{TA}{TH} = \frac{ST}{ET}$ alors…	(AE) // (SH)	(AH) // (SE)	(AS) // (HE)
	Les droites roses sont parallèles.	Les droites roses ne sont pas parallèles.	On ne peut pas savoir si les droites roses sont parallèles.

Avec les carreaux, on peut trouver les quotients égaux : $\frac{4^{\div 2}}{6^{\div 2}} = \frac{2}{3}$ et $\frac{6^{\div 3}}{9^{\div 3}} = \frac{2}{3}$

On considère la figure suivante :
GRAM est un quadrilatère ; I est un point de [GR] ;
(MI) et (AR) se coupent en O.



1. Prouve que les droites (IR) et (MA) sont parallèles.

Les points M, I et O sont alignés ;

ainsi que les points A, R et O, dans le même ordre.

D'une part :

$$\frac{OI}{OM} = \frac{3{,}5}{3{,}5+5} = \frac{3{,}5}{8{,}5}$$

D'autre part :

$$\frac{OR}{OA} = \frac{2{,}1}{2{,}1+3} = \frac{2{,}1}{5{,}1}$$

→ produits en croix : $3{,}5 \times 5{,}1 = 17{,}85$; $2{,}1 \times 8{,}5 = 17{,}85$

$\frac{OI}{OM} = \frac{OR}{OA}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (IR) et (MA) sont parallèles.

2. En déduire la nature du quadrilatère GRAM.

On a donc (GR) // (MA) ; de plus, GR = MA.

GRAM est un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles : c'est un parallélogramme.

Utiliser la contraposée du théorème de Thalès.

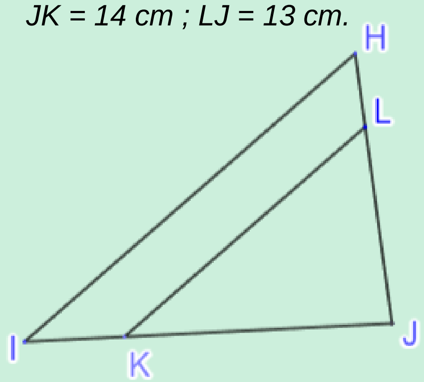
Méthode pour justifier que des droites ne sont pas parallèles à l'aide de la contraposée du théorème de Thalès.

Lorsque l'on teste l'égalité de Thalès, il est possible qu'elle ne soit <u>pas vérifiée</u>.

Dans ce cas, on conclut à l'aide de la **contraposée** du théorème de **Thalès** que les droites ne sont **pas parallèles**.

Exemple : Détermine si les droites (IH) et (KL) sont parallèles.

Dans la figure ci-dessous :
K ∈ [IJ] et L ∈ [HJ] ;
IJ = 17 cm ; JH = 15,7 cm ;
JK = 14 cm ; LJ = 13 cm.



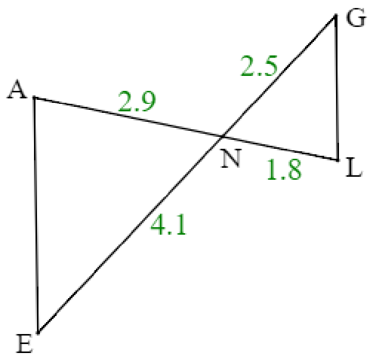
MODELE DE REDACTION

- **Les points H, L et J sont alignés ; ainsi que les points I, K et J, <u>dans le même ordre</u>.**
- **D'une part :** $\frac{JL}{JH} = \frac{13}{15,7}$ | **D'autre part :** $\frac{JK}{JI} = \frac{14}{17}$

produits en croix : $13 \times 17 = 221$; $15,7 \times 14 = 219,8$

- $\frac{JL}{JH} \neq \frac{JK}{JI}$ **donc d'après la contraposée du théorème de Thalès, (KL) et (IH) ne sont pas parallèles.**

Dans la figure ci-contre, détermine si les droites (AE) et (GL) sont parallèles :



Les points A, N et L sont alignés ;

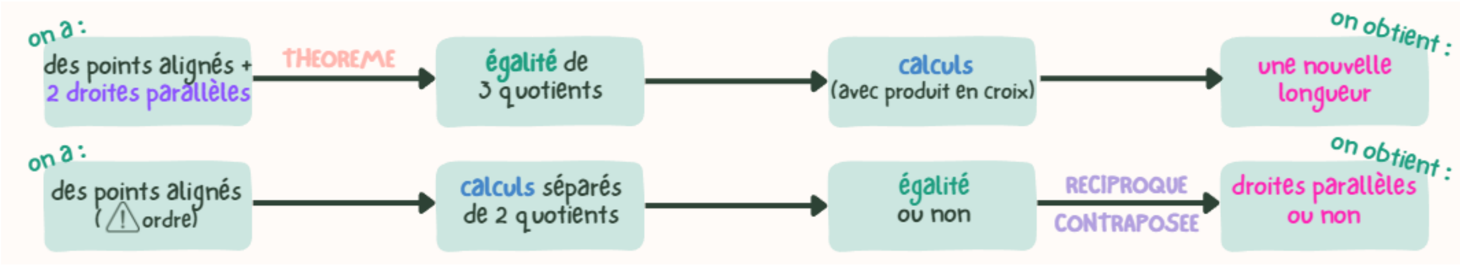
ainsi que les points E, N et G, dans le même ordre.

D'une part : $\frac{AN}{NL} = \frac{2,9}{1,8}$ | D'autre part : $\frac{EN}{NG} = \frac{4,1}{2,5}$

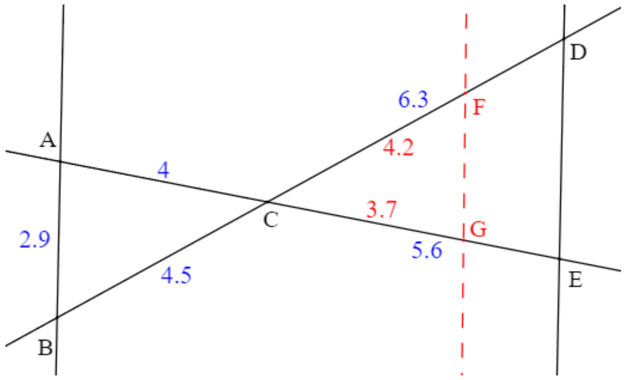
→ produits en croix : $2,9 \times 2,5 = 7,25$; $1,8 \times 4,1 = 7,38$

$\frac{AN}{NL} \neq \frac{EN}{NG}$ donc d'après la contraposée du théorème de Thalès, (AE) et (GL) ne sont pas parallèles.

On peut résumer Thalès ainsi :



On considère la figure suivante :



1. Prouve que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Les points A, C et E sont alignés ;

ainsi que les points B, C et D, dans le même ordre.

D'une part : $\frac{CE}{CA} = \frac{5{,}6}{4} = 1{,}4$

D'autre part : $\frac{CD}{CB} = \frac{6.3}{4{,}5} = 1{,}4$

$\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AB) et (DE) sont parallèles.

2. En déduire la longueur DE.

On a donc A, C et E alignés, ainsi que B, C et D, et (AB) // (DE).

D'après le théorème de Thalès : $\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{DE}{AB}$

$\frac{5{,}6}{4} = \frac{6{,}3}{4{,}5} = \frac{DE}{2{,}9}$ donc $DE = 6{,}3 \times 2{,}9 \div 4{,}5 = 4{,}06$

3. On considère les points F et G : F ∈ [CD] et CF = 4,2 ; G ∈ [CE] et CG = 3,7.
Les droites (FG) et (DE) sont-elles parallèles ?

Les points C, F et D sont alignés ; ainsi que les points C, G et E, dans le même ordre.

D'une part : $\frac{CF}{CD} = \frac{4{,}2}{6{,}3}$

D'autre part : $\frac{CG}{CE} = \frac{3{,}7}{5{,}6}$

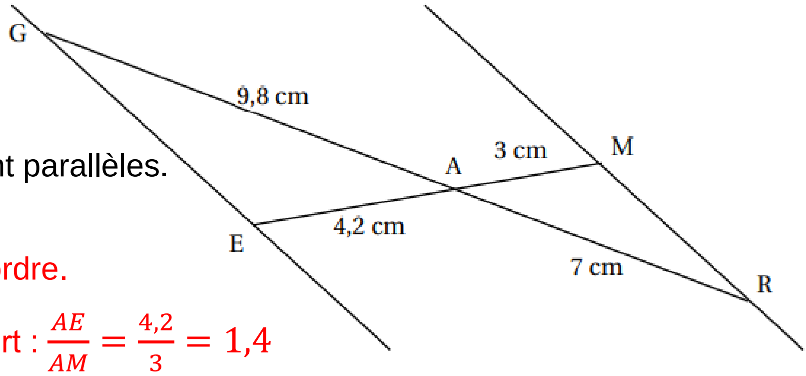
→ produits en croix : $4{,}2 \times 5{,}6 = 23{,}52$; $6{,}3 \times 3{,}7 = 23{,}31$

$\frac{CF}{CD} \neq \frac{CG}{CE}$ donc d'après la contraposée du théorème de Thalès, (FG) et (DE) ne sont pas parallèles.

Questions de brevet.

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

1. Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, les points G, A et R sont alignés et les points E, A et M sont alignés.



Affirmation 1 : Les droites (GE) et (MR) sont parallèles.

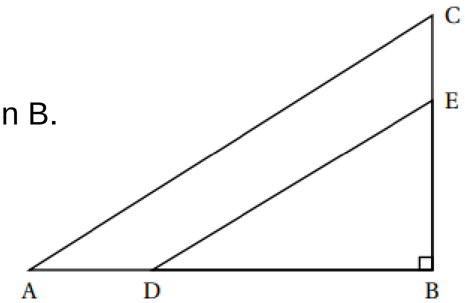
Les points G, A et R sont alignés ;
ainsi que les points E, A et M, dans le même ordre.

D'une part : $\frac{AG}{AR} = \frac{9,8}{7} = 1,4$ | D'autre part : $\frac{AE}{AM} = \frac{4,2}{3} = 1,4$

$\frac{AG}{AR} = \frac{AE}{AM}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (GE) et (MR) sont parallèles.

L'affirmation est VRAIE.

2. Les points B, D et A sont alignés.
Les points B, E et C sont alignés. Le triangle ABC est rectangle en B.
BA = 12 cm; BC = 9 cm; BD = 8 cm et BE = 6 cm.



Affirmation 2 : Les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

Les points B, D et A sont alignés ;
ainsi que les points B, E et C, dans le même ordre.

D'une part : $\frac{BD}{BA} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ | D'autre part : $\frac{BE}{BC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AC) et (DE) sont parallèles.

L'affirmation est VRAIE.

Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

<u>**Séquence complète**</u>	Théorème de Thalès Calcul de longueur — Réciproque et contraposée du

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Reconnaître des parallèles - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Déterminer si des droites sont parallèles avec Thalès - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire

Découvrez d'autres exercices en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Recon

- Réciproque de Thalès et parallèles - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Calculer des longueurs - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Reconnaître de

- Cours 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Reconnaître des parallèles
- Evaluations 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Reconnaître des parallèles
- Vidéos interactives 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Reconnaître des parallèles
- Séquence / Fiche de prep 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Reconnaître des parallèles
- Cartes mentales 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Reconnaître des parallèles