# Définir et construire la section d’un solide

Je révise mon brevet pas à pas.

Correction

**Prérequis :**

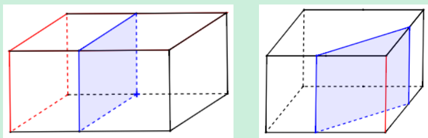
- Connaître les **solides usuels** étudiés au collège : cube, pavé, prisme, cylindre, pyramide, cône, sphère et boule, et savoir calculer leurs **volumes**.
- Utiliser le théorème de **Pythagore** et la **trigonométrie** pour calculer une longueur dans un triangle rectangle.

## Définir la nature de la section d’un solide.

### Connaître la nature de la section d’un solide.

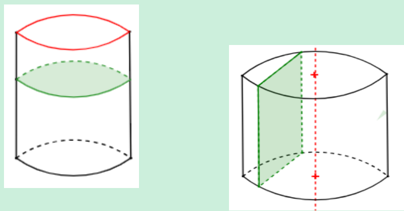
Lorsque l’**on coupe** un solide par un plan, la surface de coupe obtenue s’appelle la **section**. Dans de nombreuses situations, on connaît la nature de cette section :

① La **section d'un pavé** par un plan parallèle à une face ou à une arête est **un rectangle.**



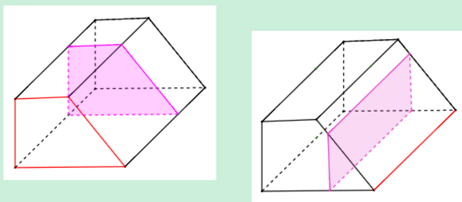
② La **section d'un cylindre** par :

- un plan parallèle à sa base est **un disque** (identique à la base) ;
- un plan parallèle à sa hauteur est **un rectangle.**

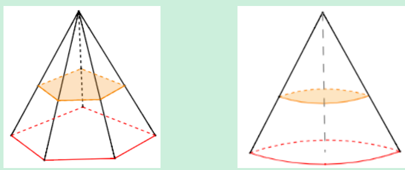


③ La **section d'un prisme** par :

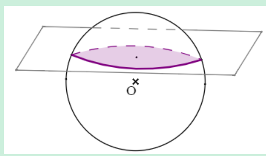
- un plan parallèle à sa base est **un polygone** identique à sa base.
- un plan parallèle à sa hauteur est **un rectangle.**



④ La **section d'une pyramide / d'un cône** par un plan parallèle à la base est **une réduction de la base**.



⑤La **section d'une sphère** par un plan est **un disque**.



*Remarque : attention, la perspective cavalière ne conserve pas certains angles et certaines longueurs, les sections peuvent être déformées.*

**Complète la nature des sections suivantes :**

La section d'un pavé par un plan parallèle à une face ou une arête est un rectangle.

La section d'un cylindre par un plan parallèle à sa base est un disque.

La section d'un prisme par un plan parallèle à sa hauteur est un rectangle.

La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de la base.

La section d'une sphère par un plan est un disque.

**Cet exercice est un QCM. Pour chaque ligne, choisis la/les bonnes réponses :**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ma section par un plan est un rectangle ; je peux être : | un cube | un cylindre | un prisme | une pyramide |
| Ma section par un plan est un hexagone ; je peux être : | un prisme | un pavé | une pyramide | un cylindre |
| Ma section par un plan est un disque ; je peux être : | un prisme | une sphère | un cône | un cylindre |

## Tracer la section d'un solide.

**Méthode pour tracer la section d'un solide en perspective.**

① Il faut connaître la nature de cette section : disque, rectangle, polygone, etc.

La perspective cavalière **conserve le parallélisme** :

② Il faut utiliser **des parallèles** pour construire une section :

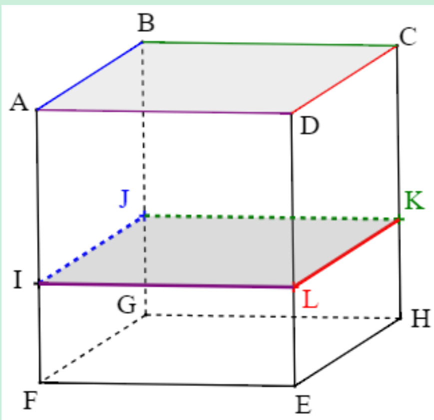
- le plan de section étant défini comme parallèle à un élément du solide ;
- les côtés opposés d'une section rectangulaire étant parallèles.

Exemple : traçons la section de ce pavé ABCDEFGH par un plan parallèle à la face ABCD, passant par I.

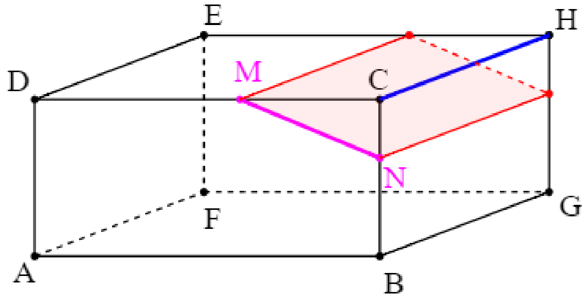
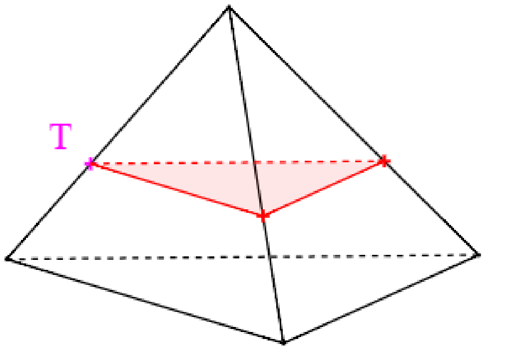
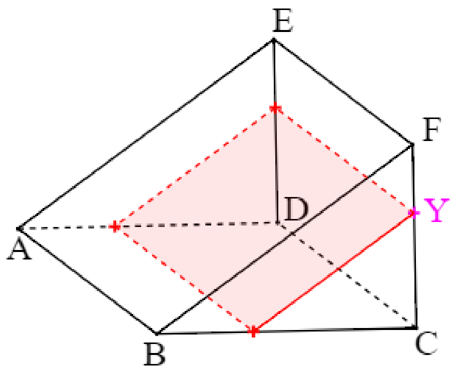
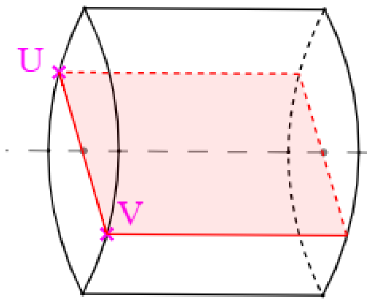
→ On sait qu'il s'agit d'un rectangle.

On trace l'arête [IJ] telle que (IJ) // (AB) ; l'arête [JK] telle que (JK) // (BC) ; l'arête [KL] telle que (KL) // (CD) ; on a aussi (IL) // (AD).

On respecte les règles de la perspective cavalière, en utilisant des **pointillés** pour les arêtes cachées.



**Dans chaque cas, complète le dessin de la section plane et indique si possible sa nature:**

| Section parallèle à l'arête [CH], passant par M et N.<br><br> | Section parallèle à la base, passant par T :<br><br> |
|---|---|
| Il s'agit d'un rectangle. | Il s'agit d'un triangle (réduction de la base). |
| Section parallèle à la face ABFE, passant par le point Y :<br><br> | Section parallèle à l'axe du cylindre, passant par U et V :<br><br> |
| Il s'agit d'un rectangle. | Il s'agit d'un rectangle. |

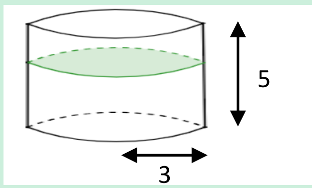
**Méthode pour utiliser les vraies dimensions de la section d'un solide.**

Dans un exercice, on peut te demander les dimensions de la section, ou tu peux en avoir besoin pour tracer cette section en vraie grandeur.

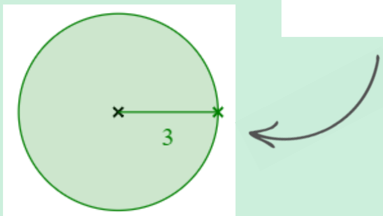
On distingue **3 situations** :

**Cas ① :** On utilise directement **les dimensions du solide initial**.

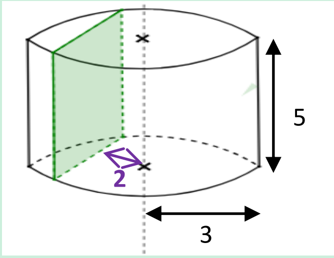
<u>Exemple</u> : On considère un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm. On le sectionne selon un plan parallèle à sa base.




→ Sa section est un disque identique à la base, soit un disque de rayon 3 cm.



**Cas ②** **:** On construit une/des face(s) du solide initial en vraie dimension, et **on mesure** la/les dimension(s) dont on a besoin dessus.



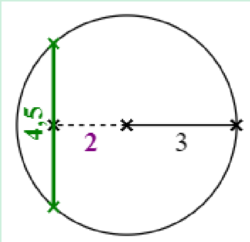

Exemple : Un cylindre de hauteur 5 cm dont le rayon de base est 3 cm a été sectionné parallèlement à sa hauteur, à 2 cm de son centre.

→ Sa section est un rectangle.

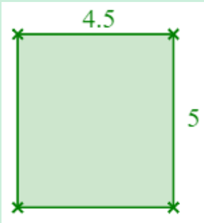
→ Sa longueur coïncide avec la hauteur du cylindre, soit 5 cm.

→ Pour étudier sa largeur, représentons la base en vraie dimension :

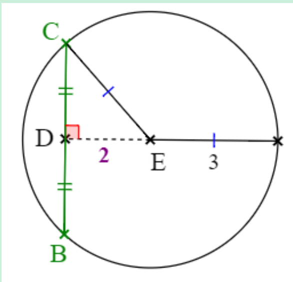
On mesure 4,5 cm




→ On trace le rectangle de longueur 5 cm et largeur 4,5 cm.




**Cas ③** **:** **On calcule** la/les dimension(s) dont on a besoin à partir des dimensions du solide initial, avec le **théorème de Pythagore** ou la **trigonométrie**.




Exemple : dans la situation précédente, le triangle CDE est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore :

$\mathrm{CE}^2 = \mathrm{CD}^2 + \mathrm{DE}^2$

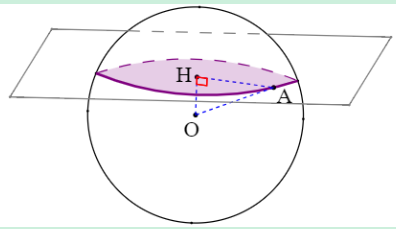
$3^2 = \mathrm{CD}^2 + 2^2$

$9 = \mathrm{CD}^2 + 4 \quad \text{donc} \quad \mathrm{CD}^2 = 9 - 4 = 5$

$\mathrm{CD} = \sqrt{5}\ (\text{valeur exacte}) \approx 2{,}24\ (\text{valeur approchée})$

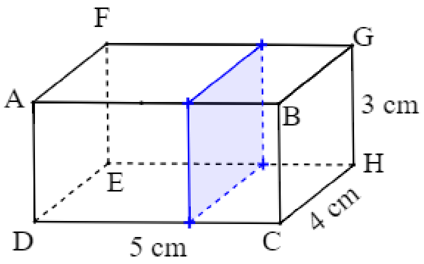
Donc la largeur du rectangle de section est : $\mathrm{CB} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}48\ \mathrm{cm}.$

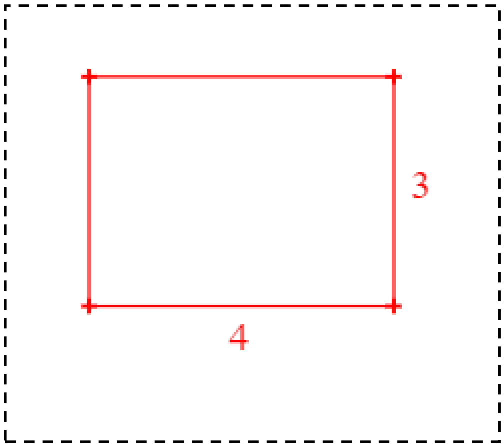
➢ Remarque :




La section d'une sphère par un plan forme un **angle droit** :
Le triangle AHO est donc un **triangle rectangle**, dans lequel on peut utiliser le théorème de Pythagore, ou la trigonométrie.

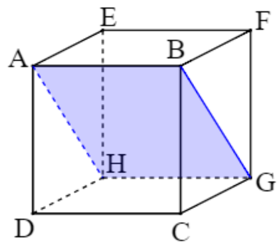
On considère un pavé droit de dimensions 3 cm, 4 cm et 5 cm. On le sectionne par un plan parallèle à la face BGHC. Dessine en vraie grandeur la section obtenue.



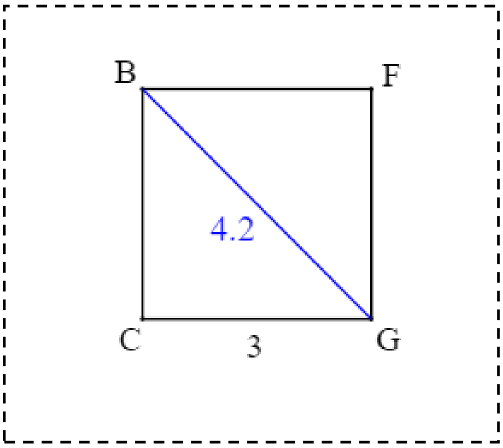

Il s'agit d'un rectangle dont les dimensions sont les mêmes que la face BGHC, donc 3 cm et 4 cm.

On sectionne un cube de côté 3 cm comme sur la figure ci-contre.




**1. Quelle est la nature de la section ?** C'est un rectangle.

**2. Dessine la face BFGC en vraie dimension.**




**3. Représente le segment [BG] et mesure sa longueur.**

On mesure BG ≈ 4,2 cm.

**4. Calcule la valeur exacte de BG puis vérifie que la valeur approchée est cohérente avec ta mesure de la question 3.**

Le triangle BGC est rectangle en C car la face BFGC est un carré.

D'après le théorème de Pythagore : $BG^2 = BC^2 + CG^2$

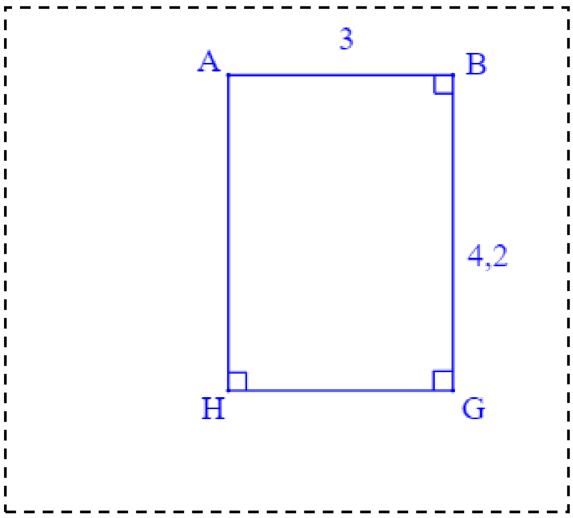
$BG^2 = 3^2 + 3^2$

$BG^2 = 9 + 9 = 18$

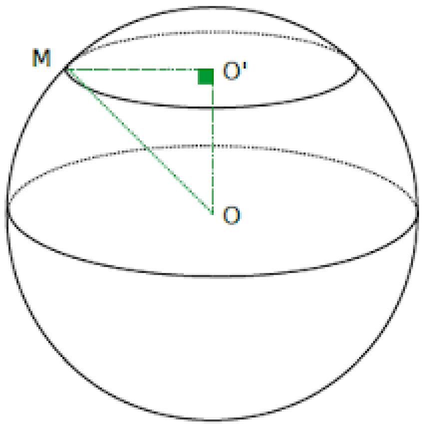
$BG = \sqrt{18}$ (valeur exacte)

$\approx 4{,}24$ (valeur approchée, cohérente avec la mesure)

**5. Représente la section en vraie dimension.**



**On sectionne une sphère de centre O et de rayon 16 cm par un plan, à une hauteur OO' = 10 cm.**




**Détermine le rayon O'M du disque de section, donne la valeur approchée au dixième de centimètre près.**

OO'M est rectangle en O',

d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\mathbf{OM^2 = OO'^2 + O'M^2}$$

([OM] est un rayon de la sphère, donc OM = 16 cm)

$$\mathbf{16^2 = 10^2 + O'M^2}$$

$$\mathbf{256 = 100 + O'M^2 \quad donc \quad O'M^2 = 256 - 100 = 156}$$

$$\mathbf{O'M = \sqrt{156} \approx 12,5\ cm}$$

## Utiliser les propriétés des sections de pyramides et cônes.

**Méthode pour utiliser les propriétés d'agrandissement réduction des sections de pyramides et cônes**

La section **d'une pyramide / d'un cône** par un plan parallèle à la base est **une réduction de la base** et cela forme **une réduction de la pyramide / du cône**.

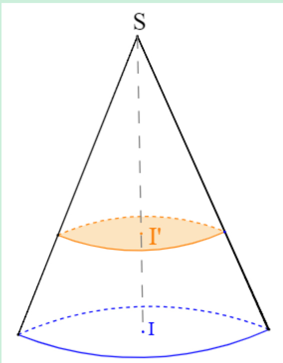
**Etape ① :** Je détermine le **coefficient de réduction** $\boldsymbol{k = \frac{nouvelle\ longueur}{ancienne\ longueur}}$

**Etape ② :** J'utilise la propriété :

> Lors d'une réduction, toutes les longueurs sont multipliées par $\boldsymbol{k}$,
> les aires sont multipliées par $\boldsymbol{k^2}$ et les volumes par $\boldsymbol{k^3}$.

Exemple : On sectionne un cône par un plan parallèle à la base.
On donne les hauteurs SI = 9 cm et SI' = 6 cm.

*A* est l'aire du disque de base de centre I ; *A* = 180 cm².
*A'* est l'aire du disque de base de centre I'.
*V* est le volume du grand cône, de hauteur SI ; *V* = 540 cm$^3$.
*V '* est le volume du petit cône, de hauteur SI'.




→ *Il y a réduction du cône.*

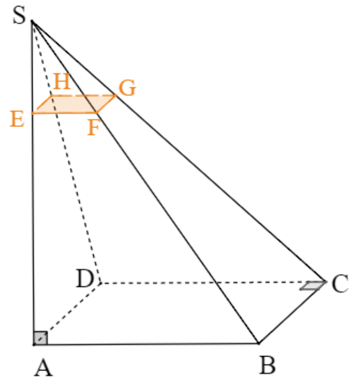
- Le coefficient de réduction est : $\frac{SI'}{SI} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- Si les longueurs sont multipliées par $\frac{2}{3}$, les aires sont multipliées par $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ et les volumes sont multipliés par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

Donc $A' = A \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 180 \times \frac{4}{9} = 80\ \text{cm}^2$ et $V\ ' = V \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 540 \times \frac{8}{27} = 160\ \text{cm}^3$

**Cet exercice est un QCM. Pour chaque ligne, choisis la bonne réponse :**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Un cône de hauteur 30 cm subit une réduction ; sa nouvelle hauteur est 3 cm. Son rayon est divisé par : | 3 | 30 | 10 | 100 |
| Un disque a une aire de 100 cm², son rayon est alors divisé par 5 ; l'aire du disque réduit est : | 4 cm² | 5 cm² | 20 cm² | 25 cm² |
| Une pyramide de volume 32 cm³ subit une réduction, ses longueurs sont divisées par 2 ; le volume de la pyramide réduite est : | 2 cm³ | 4 cm³ | 8 cm³ | 16 cm³ |

**Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base rectangulaire de hauteur [SA] telle que AB = 12 cm, BC = 10 cm et SA = 15 cm.**




**1. Calcule le volume de la pyramide SABCD.**

$V_{SABCD} = \frac{B \times h}{3} = \frac{12 \times 10 \times 15}{3} = 600 \text{ cm}^3$

**2. EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que SE = 3 cm.**

**Détermine le volume de la pyramide SEFGH.**

SEFGH est une réduction de SABCD et e coefficient de réduction est : $\frac{SE}{SA} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Si les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{5}$ ,

les volumes sont multipliés par $\left(\frac{1}{5}\right)^3$.

$\text{V}_{\text{SEFGH}} = \text{V}_{\text{SABCD}} \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 600 \times \frac{1}{125} = 4{,}8 \text{ cm}^3$.

***ou***

Toutes les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{5}$ ,

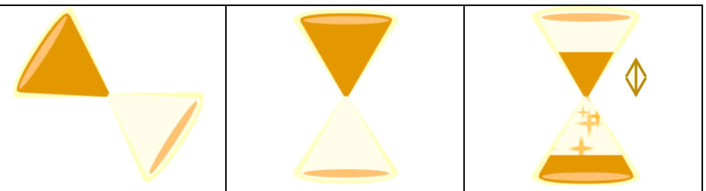
on a : $\text{EF} = \text{AB} \times \frac{1}{5} = 12 \times \frac{1}{5} = 2{,}4 \text{ cm}$ ;

$\text{FG} = \text{BC} \times \frac{1}{5} = 10 \times \frac{1}{5} = 2 \text{ cm}$

$V_{SEFGH} = \frac{B \times h}{3} = \frac{2{,}4 \times 2 \times 3}{3} = 4{,}8 \text{ cm}^3$

**Gary joue à un quiz. Quand son tour commence, un sablier plein est retourné, ce qui correspond aux 3 minutes dont il dispose pour répondre à un maximum de questions. En cours de partie, il jette un coup d'œil au sablier et remarque qu'il reste encore du sable à mi-hauteur ; il se dit : « il me reste encore la moitié du temps, c'est sûr je vais gagner ! ».**

**Que penses-tu de son affirmation ?**



| Début de la manche | Sablier plein = 3 min | Reste à mi-hauteur |
|---|---|---|

Le sable restant correspond à une section de cône, donc une réduction de coefficient $\frac{1}{2}$ ;

donc le volume est de $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Il ne lui reste qu' $\frac{1}{8}$ du temps, soit 22,5 s.

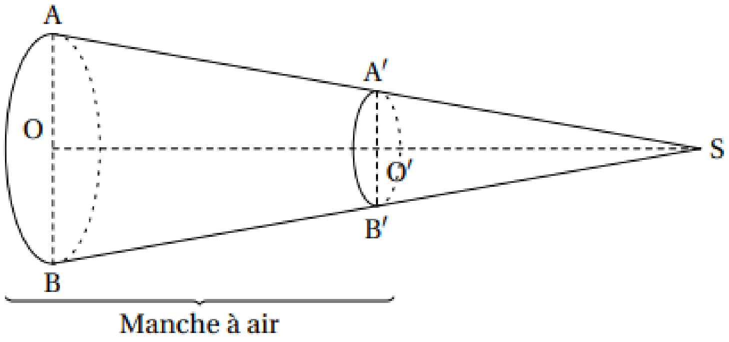
$3 \text{ min} = 3 \times 60 = 180\ s\ ; 180 \times \frac{1}{8} = 22{,}5\ s$

Pas sûr qu'il gagne (surtout s'il y a des questions de maths…).

## Questions de brevet.

Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) de la station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent.

Cette manche à air à la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie supérieure, après section par un plan parallèle à la base.




On donne :

AB = 60 cm, A′B ′ = 30 cm, BB′ = 240 cm.
O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet S.
O′ milieu de [OS], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base.
B′ appartient à la génératrice [SB] et A′ appartient à la génératrice [SA].

1. Démontrer que la longueur SB est égale à 480 cm.

Le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient $k$.

Avec les rayons, on a : $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$, donc :

$SB = 2 \times SB' \text{ et } SB' = BB' = 240 \ cm.$

Par conséquent, $SB = 2 \times SB' = 2 \times 240 = 480 \ cm.$

2. Calculer la longueur SO. On arrondira le résultat au centimètre.

Le triangle SOB est rectangle en O,

donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$SB^2 = SO^2 + OB^2 \quad Le\ rayon\ OB = 60 \div 2 = 30\ cm.$

$480^2 = SO^2 + 30^2$

$230\,400 = SO^2 + 900 \quad donc \quad SO^2 = 230\,400 - 900 = 229\,500$

$donc\ SO = \sqrt{229\,500} \approx 479\ cm.$

3. Calculer le volume d'air qui se trouve dans la manche à air. On arrondira au centimètre cube, puis on donnera la valeur en litres, au litre près.

*On rappelle les formules du volume d'un cône et l'aire d'un disque de rayon R :*

$$V_{cône} = \frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base \times hauteur \quad et \quad A_{disque} = \pi \times R^2$$

Je commence par exprimer le volume du grand cône :

$$V_{grand\ cône} = 30^2 \times \pi \times \sqrt{229\,500}^3 \approx 451\,505\ cm^3\ .$$

Le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient $\frac{1}{2}$, son volume est donc :

$$V_{petit\ cône} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_{grand\ cône} \approx 56\,438\ cm^3.$$

On en déduit le volume du manche à air :

$$V_{manche\ à\ air} = V_{grand\ cône} - V_{petit\ cône} \approx 451\,505 - 56\,438 \approx \mathbf{395\,067\ cm^3}.$$

Or 1L = 1dm$^3$ : $395\,067\ cm^3 = 395{,}067\ dm^3 \approx \mathbf{395\ L}$.

## Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

| | |
|---|---|
| **Séquence complète** | Section de solides |
| **Exercices type Brevet** | Brevet 10 |

PassEducation

**Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :**

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons - PDF à imprimer

**Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge**

- Définir et construire la section d’un solide - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire

**Découvrez d'autres exercices en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons**

- Sphère et boule - Fiches repérage - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire
- Les solides (Rappel) - Exercices corrigés : 3eme Secondaire
- Sections de solides - Exercices corrigés : 3eme Secondaire
- Sphère et boule- Fiches repérage - Exercices corrigés : 3eme Secondaire
- Solides - Calcul d’aires et de volumes - Exercices avec correction : 3eme Secondaire

**Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :**

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Agrandissement, réduction - PDF à imprimer
- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Côté, sommet, angle - PDF à imprimer
- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Polygones - PDF à imprimer
- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès - PDF à imprimer
- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les triangles - PDF à imprimer

**Besoin d'approfondir en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons**

- Cours 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons
- Evaluations 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons
- Vidéos interactives 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons
- Séquence / Fiche de prep 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons