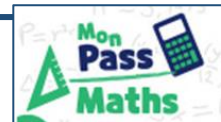


# Théorème de Pythagore : réciproque et contraposée



Je révise mon brevet pas à pas.



Correction

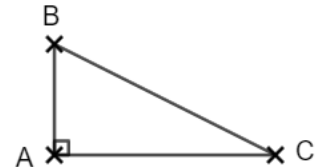
**Prérequis : Calculer une longueur avec le théorème de Pythagore.**

- Soit ABC un triangle rectangle en A. On a alors l'égalité de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Dans cette égalité, le terme seul est la longueur de l'hypoténuse.

Cette égalité sert donc à **calculer une longueur en connaissant les 2 autres**.



**Vérifier si l'égalité de Pythagore est respectée.**

## Méthode pour tester l'égalité de Pythagore dans un triangle

**Etape ① :** Je commence par **déterminer** quel est le plus **grand côté** du triangle (si celui-ci est rectangle, ce côté sera l'hypoténuse).

**Etape ② :** Je mets cette longueur au **carré**.

**Etape ③ :** Je mets les 2 autres longueurs au carré puis je les **additionne**.

**Etape ④ :** **Je vérifie** s'il y a égalité entre les 2 termes des étapes 2 et 3.

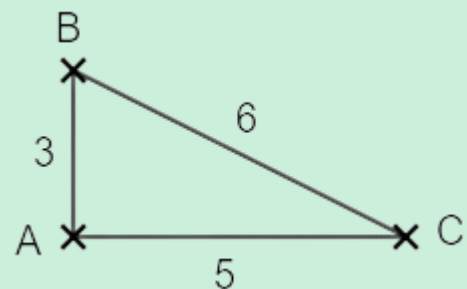
Exemple : On considère le triangle ABC ci-contre.

Le plus grand côté est [BC] car  $6 > 5$  et  $6 > 3$ .

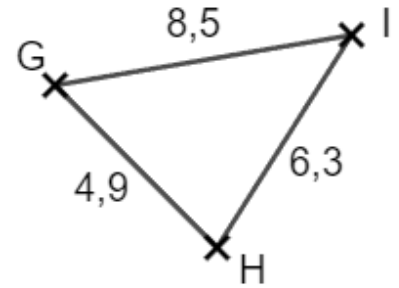
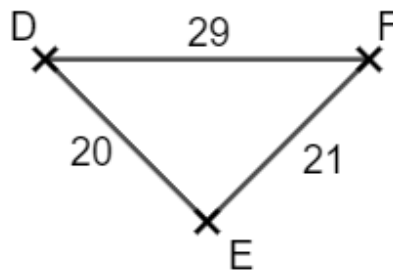
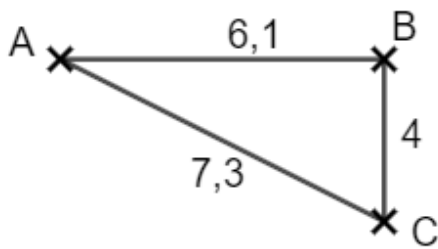
Je calcule d'une part :  $BC^2 = 6^2 = 36$ , et d'autre part :

$$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34.$$

On a ici  $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$  : l'égalité de Pythagore n'est pas respectée.



✓ Voici 3 triangles (ils ne sont pas à l'échelle).



**Pour le(s)quel(s) l'égalité de Pythagore est-elle vérifiée ?**

Triangle ABC : Le plus long côté est [AC].

Je calcule d'une part :  $AC^2 = 7,3^2 = 53,29$

et d'autre part  $AB^2 + BC^2 = 6,1^2 + 4^2 = 37,21 + 16 = 53,21$ .

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.

Triangle DEF : Le plus long côté est [DF].

Je calcule d'une part :  $DF^2 = 29^2 = 841$

et d'autre part  $DE^2 + EF^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$ .

L'égalité de Pythagore vérifiée.

Triangle GHI : Le plus long côté est [GI].

Je calcule d'une part :  $GI^2 = 8,5^2 = 72,25$

et d'autre part  $GH^2 + HI^2 = 4,9^2 + 6,3^2 = 24,01 + 39,69 = 63,7$ .

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.

✓ On construit un triangle BCD tel que  $BC = 4,8$  ;  $CD = 5$  et  $BD = 3,6$ .

**1. L'égalité de Pythagore est-elle vérifiée ?**

Le plus long côté est [CD]. On a d'une part :  $CD^2 = 5^2 = 25$  et d'autre part :

$BC^2 + BD^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 23,04 + 12,96 = 36$ . L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée !

**2. On conserve les longueurs BC et BD du triangle mais on augmente CD. Quelle doit alors être la longueur CD pour que l'égalité soit vérifiée ?**

Dans ce triangle, le plus long côté sera encore CD (puisque cette longueur augmente).

On a déjà vu que  $BC^2 + BD^2 = 36$ .

On doit donc avoir  $CD^2 = 36$ , d'où  $CD = \sqrt{36} = 6$ .

En prenant  $CD = 6$ , l'égalité de Pythagore est vérifiée.

**Méthode pour justifier qu'un triangle est rectangle à l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore**

**Etape ① :** Je **détermine le plus long côté** du triangle.

**Etape ② :** Je mets sa longueur **carré**.

**Etape ③ :** Je **calcule** séparément la somme des carrés des 2 autres côtés.

**Etape ④ :** Si ces 2 termes sont **égaux**, l'égalité de Pythagore est vérifiée et je conclus à l'aide de la **réciproque du théorème de Pythagore que le triangle est rectangle** (je détermine en quel sommet à partir de l'égalité !).

Exemple : Voici un triangle ABC. On cherche à déterminer si celui-ci est rectangle et en quel sommet.

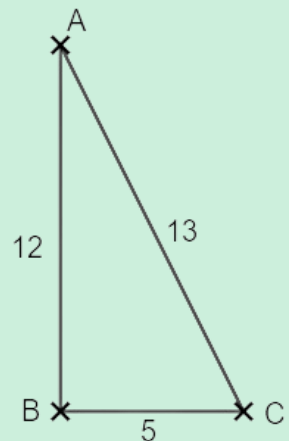
Le plus long côté est [AC].

Je calcule d'une part :  $AC^2 = 13^2 = 169$ .

Je calcule d'autre part :  $AB^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$ .

L'égalité de Pythagore est vérifiée :  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ .

**D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.**



☒ Voici un triangle MNP.

**1. L'égalité de Pythagore est-elle vérifiée pour ce triangle ?**

Le plus long côté est [PN].

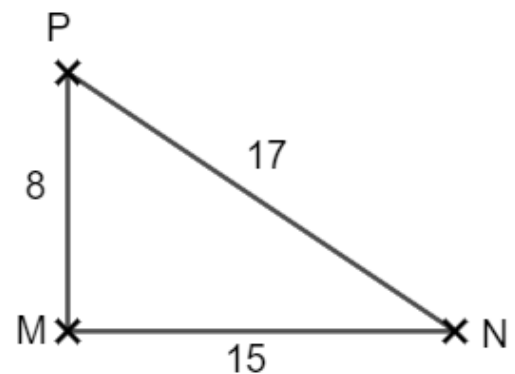
Je calcule d'une part  $PN^2 = 17^2 = 289$

Et d'autre part :  $MP^2 + MN^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$ .

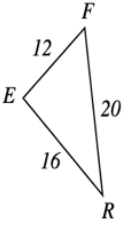
L'égalité est vérifiée, on a  $PN^2 = MP^2 + MN^2$ .

**2. Déduis-en sa nature en justifiant.**

D'après la question précédente et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M et l'hypoténuse est [NP].



✓ Pour chaque situation, choisis l'unique bonne réponse.

	EFR est rectangle en E	EFR n'est pas rectangle	EFR est rectangle en R
Soit ABC un triangle tel que $AB = 3$ , $BC = 4$ et $AC = 5$ .	$(AB) \perp (AC)$	$(AB) \perp (BC)$	$(AC) \perp (BC)$
Soit DEF un triangle rectangle en F.	$DE^2 \neq DF^2 + FE^2$	$FD^2 = FE^2 + ED^2$	$DE^2 = DF^2 + FE^2$

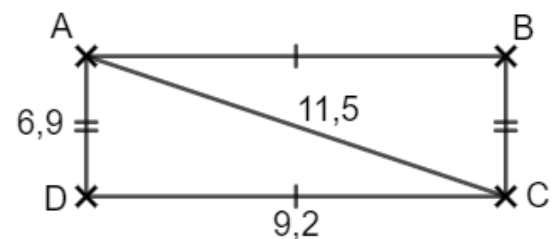
✓ Voici un quadrilatère. Précise sa nature en justifiant.

On se place dans le triangle ACD dont le plus long côté est [AC].

On a  $AC^2 = 11,5 = 132,25$  et  $AD^2 + DC^2 = 6,9^2 + 9,2^2 = 47,61 + 84,64 = 132,25$ .

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ACD est rectangle en D.

Le quadrilatère est donc un rectangle, car formé de 2 triangles rectangles (ABC est identique).



✓ Capucine place des livres sur son étagère et souhaite vérifier qu'ils sont bien placés à la verticale. Pour cela, elle prend les mesures suivantes :

$DC = 10,4$  cm ;  $CE = 19,5$  cm et  $DE = 22,1$  cm.

Vérifie pour elle si ses livres sont bien positionnés !

On se place dans le triangle CED dont le plus grand côté est [DE].

On calcule d'une part :  $DE^2 = 22,1^2 = 488,41$  et d'autre part :

$DC^2 + CE^2 = 10,4^2 + 19,5^2 = 108,16 + 380,25 = 488,41$ .

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEC est rectangle en C.

Les livres de Capucine sont donc bien positionnés à la verticale sur l'étagère !



**Méthode pour justifier qu'un triangle n'est pas rectangle à l'aide de la contraposée du théorème de Pythagore**

Lorsque l'on détermine si l'égalité de Pythagore est vérifiée, il peut arriver que ce ne soit pas le cas !

Dans cette situation, on conclut que le triangle n'est **pas rectangle** à l'aide de la **contraposée** du théorème de **Pythagore**.

La démarche est donc la même (calcul des 2 termes de l'égalité de Pythagore), il suffit uniquement de vérifier si les 2 termes sont égaux, ou non, afin de choisir la **contraposée (non rectangle)** ou la **réciproque (rectangle)**.

**Exemple** : Voici un triangle ABC. On cherche à déterminer si celui-ci est rectangle.

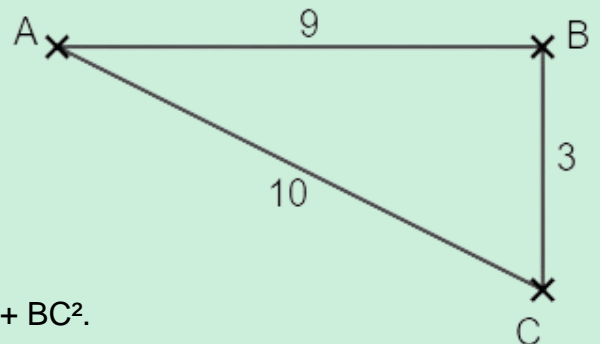
Le plus long côté est [AC].

Je calcule d'une part :  $AC^2 = 10^2 = 100$ .

Et d'autre part :  $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 3^2 = 81 + 9 = 90$ .

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée :  $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ .

**D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.**



✓ Voici un triangle IJK. Celui-ci est-il rectangle ? Justifie la réponse.

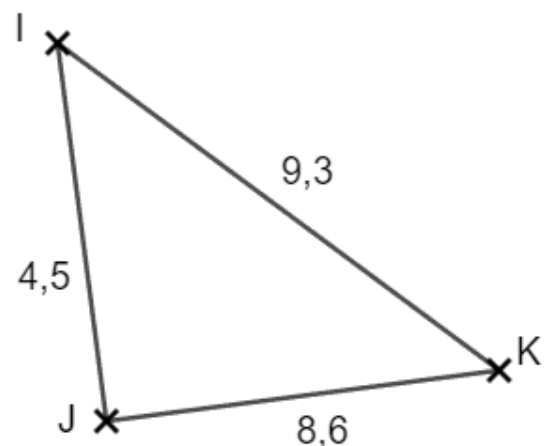
Dans ce triangle, le plus long côté est [IK].

Je calcule d'une part :  $IK^2 = 9,3^2 = 86,49$

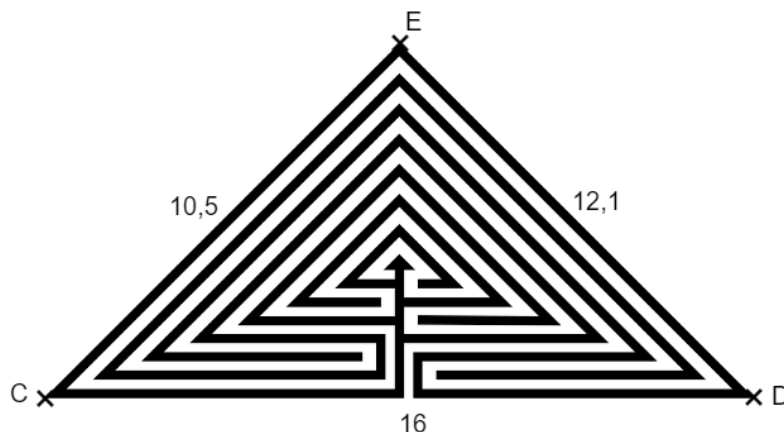
Et d'autre part :  $IJ^2 + JK^2 = 4,5^2 + 8,6^2 = 20,25 + 73,96 = 94,21$ .

On a  $IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$ .

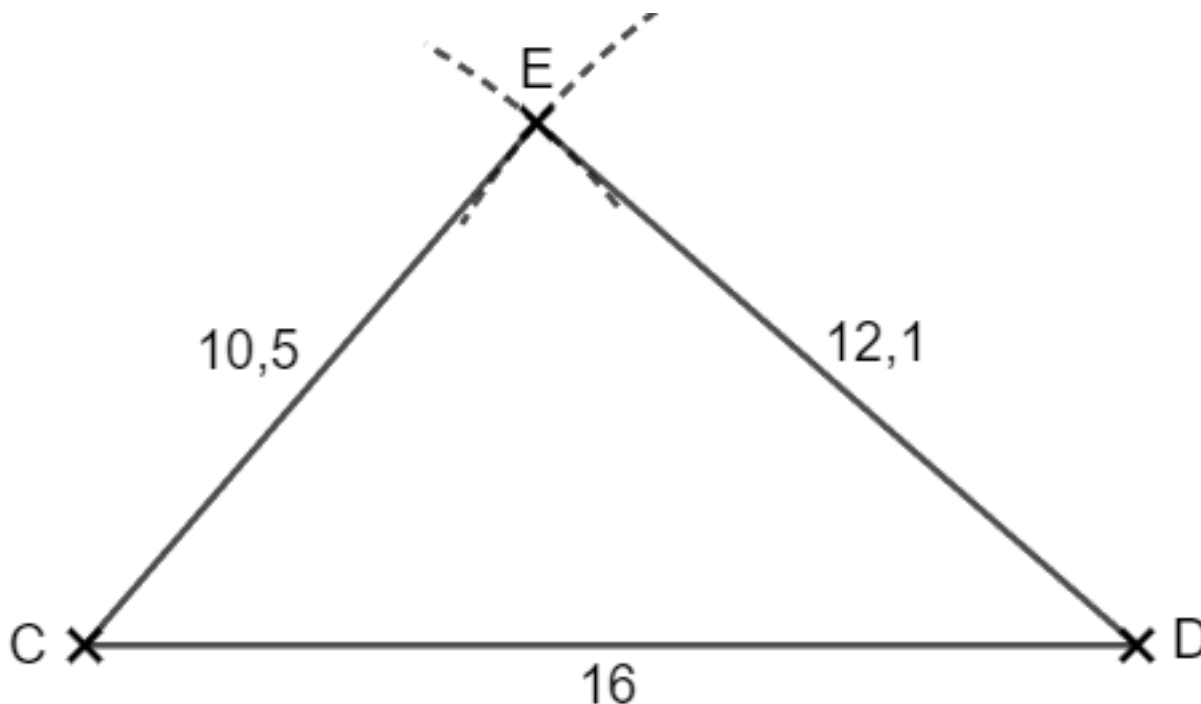
**D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle IJK n'est pas rectangle.**



✓ Farid, architecte, doit imaginer un labyrinthe qui sera construit pour les visiteurs dans les jardins d'un château. Celui-ci sera placé dans un angle et doit avoir pour forme un triangle rectangle. Il réalise le croquis ci-contre, qui sera ensuite réalisé en vraies grandeurs.



1. Trace, en prenant comme unité le centimètre, le triangle CDE du croquis de Farid.



2. Visuellement, le triangle semble-t-il rectangle ?

Le triangle semble être rectangle !

3. Vérifie par le calcul si le labyrinthe est conforme.

Le côté le plus long est [CD].

On a d'une part  $CD^2 = 16^2 = 256$

et d'autre part  $CE^2 + ED^2 = 10,5^2 + 12,1^2 = 110,25 + 146,41 = 256,66$ .

**D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle.**

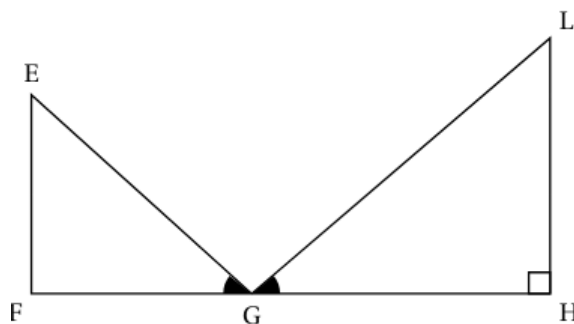
Le labyrinthe pourrait être considéré comme non conforme (cependant, l'erreur est minime !).



## Questions de brevet.

1. On considère la figure ci-contre dans laquelle :

- Les points F, G et H sont alignés
- (LH) est perpendiculaire à (FH)
- $EF = 18 \text{ cm}$  ;  $FG = 24 \text{ cm}$  ;  $EG = 30 \text{ cm}$  ;  
 $GH = 38,4 \text{ cm}$
- $\widehat{EGF} = \widehat{LGH}$



*La figure n'est pas en vraie grandeur.*

Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.

Dans le triangle EFG, le plus grand côté est  $EG = 30 \text{ cm}$ .

D'une part :  $EG^2 = 30^2 = 900$

D'autre part :  $EF^2 + FG^2 = 18^2 + 24^2 = 324 + 576 = 900$

On constate que  $EG^2 = EF^2 + FG^2$ , donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F.



Pour aller plus loin.



Sur le site de **Pass Education**, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète



Réciproque et  
contraposée  
Pythagore



Exercices type Brevet



Brevet 2





Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Pythagore - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Réciproque et contraposée - Théorème de Pythagore - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire](#)

Découvrez d'autres exercices en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Pythagore

- [Synthèse sur le théorème de Pythagore et la trigonométrie - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire](#)
- [Réciproque et contraposée du théorème de Pythagore - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire](#)
- [Calcul de longueur - Théorème de Pythagore - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Agrandissement, réduction - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Côté, sommet, angle - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Polygones - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Solides et patrons - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Pythagore

- [Cours 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Pythagore](#)
- [Evaluations 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Pythagore](#)
- [Séquence / Fiche de prep 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Pythagore](#)
- [Cartes mentales 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Théorème de Pythagore](#)