Définition, construction et propriétés de la rotation

Je révise mon brevet pas à pas.

Mon Pass Maths

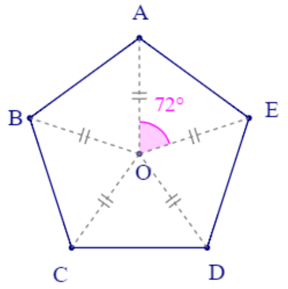
Correction

Prérequis : Notions de géométrie

- La **somme des angles d'un triangle est de 180°**.
  Un triangle isocèle a ses deux angles à la base égaux ; un triangle équilatéral a ses trois angles égaux à 60°.

- **Polygone régulier** : un polygone régulier à n côtés est constitué de n triangles isocèles égaux et a n angles au centre de $\frac{360}{n}$ °.

  ABCDE est un pentagone régulier (5 côtés) :
  Il est constitué de 5 triangles isocèles égaux ; ses angles au centre mesurent $\frac{360}{5} = 72°$.



Reconnaître et définir une rotation.

Méthode pour reconnaitre et définir une rotation.

La rotation est une **transformation géométrique**, comme la symétrie axiale, la symétrie centrale ou la translation.

Transformer une figure par **rotation**, c'est la faire **tourner autour d'un point**.

Pour définir une rotation, il faut :

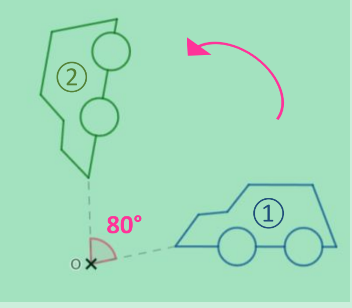
① repérer **le centre** : c'est le point autour duquel on tourne ;

② définir **l'angle**, en degrés ;

③ identifier **le sens** : → « **direct** », dans le **sens inverse** aux aiguilles d'une montre
→ « indirect », donc dans le sens horaire.

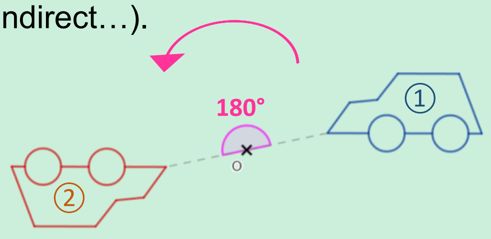
Exemple :

La figure 2 est l'image de la figure 1 par la rotation de centre O et d'angle 80° dans le sens direct.

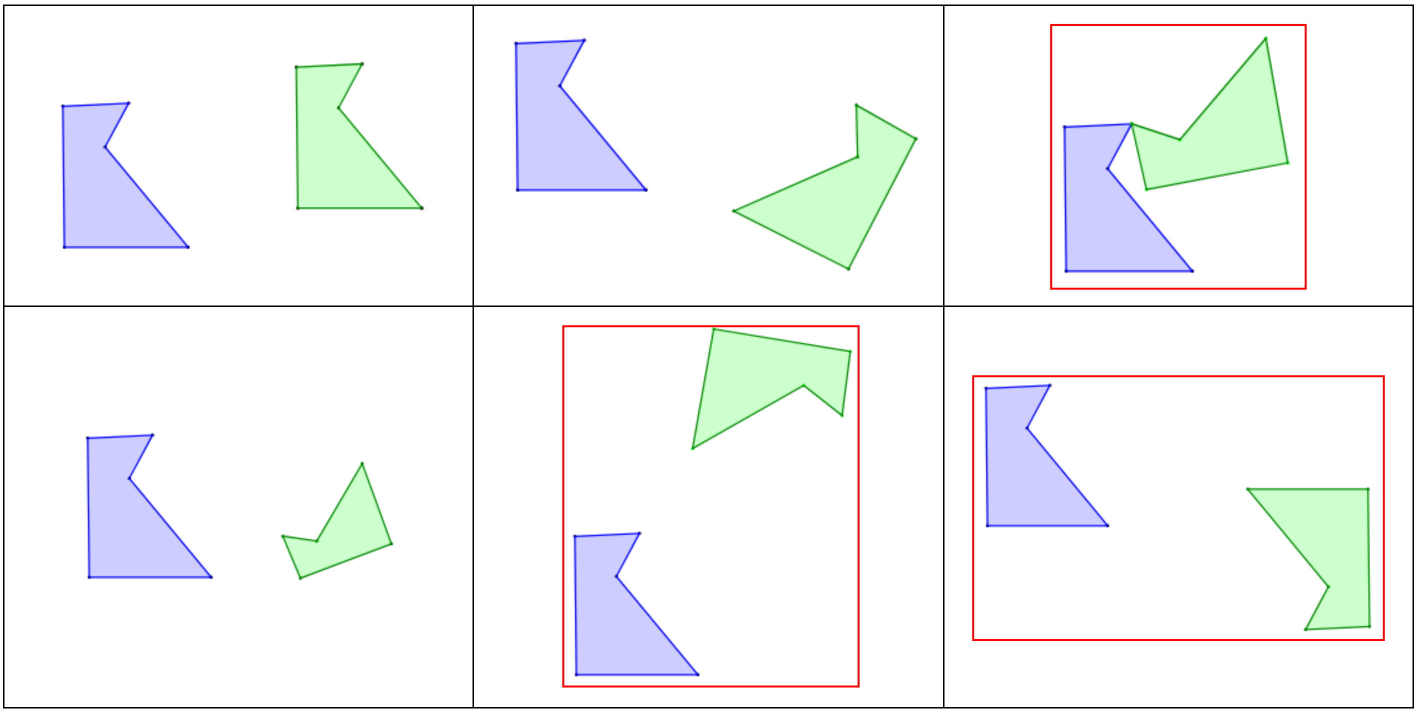


Remarque :

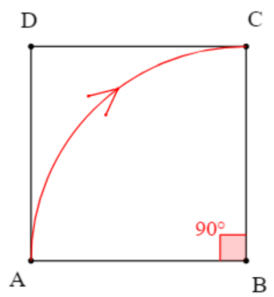
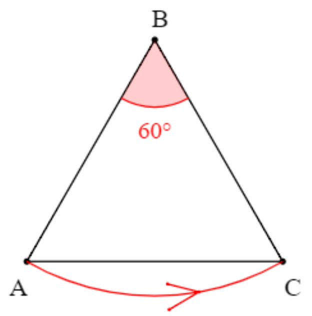
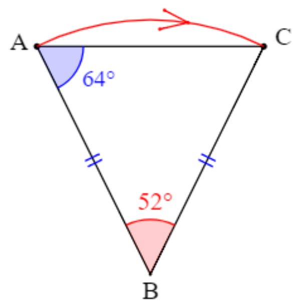
une **symétrie centrale** est une rotation particulière, **d'angle 180°** (sens direct ou indirect…).



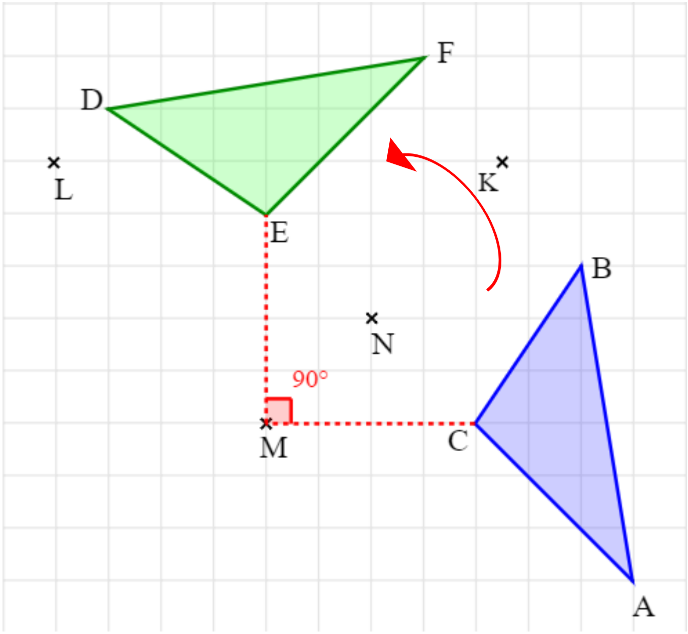
Entoure le(s) cas que tu identifies comme une rotation entre les deux figures :



Dans chaque cas, indique les caractéristiques (angle et sens) de la rotation de centre B qui transforme A en C :

 *ABCD est un carré* C est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens indirect (ou sens horaire).	 *ABC est un triangle équilatéral* Un triangle équilatéral a ses 3 angles égaux à $180 \div 3 = 60°$. C est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle 60° dans le sens direct (ou anti-horaire).	 AB = BC donc ABC est isocèle en B, donc : $\widehat{BAC} = \widehat{BCA} = 64°$ et $\widehat{ABC} = 180 - 2 \times 64 = 52°$ C est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle 52° dans le sens indirect (ou horaire).

Le triangle vert est l'image du triangle bleu par une rotation ; donne les 3 éléments caractéristiques qui définissent cette rotation.



Il s'agit de la rotation :

- de centre M,
- d'angle 90°,
- dans le sens direct (ou sens anti-horaire)

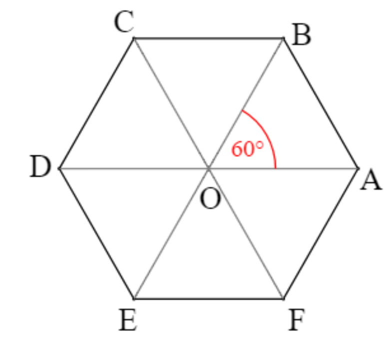
1. ABCDEF est un hexagone régulier.

a. Quelle est la mesure des angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, … ?

Ces angles au centre mesurent tous $360 \div 6 = 60°$.

b. Que dire des triangles AOB, BOC, … et de leurs angles ?

Ce sont des triangles isocèles, avec un angle de 60°. Ce sont donc des triangles équilatéraux, tous leurs angles mesurent 60°.



2. On considère la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens direct.

Quelle est l'image :

du point A ? Le point B.

du point E ? Le point F.

du triangle OBC ? Le triangle OCD.

du losange OCDE ? Le losange ODEF.

3. On considère la rotation de centre B et d'angle 60° dans le sens indirect.

Quelle est l'image :

du point A ? Le point O.

du point O ? Le point C.

du triangle AOF ? Le triangle OCD.

du losange BAFO ? Le losange BODC.

4. Complète :

L'image de F par la rotation de centre O et d'angle 120° dans le sens indirect est D.

L'image de B par la rotation de centre C et d'angle 60° dans le sens horaire/indirect est O.
(ou centre A d'angle 60° dans le sens direct)

A a pour image D par la rotation de centre O et d'angle 180° (symétrie centrale)

Méthode pour construire l'image d'une figure par rotation.

→ On construit **l'image de chaque point** caractéristique de la figure.

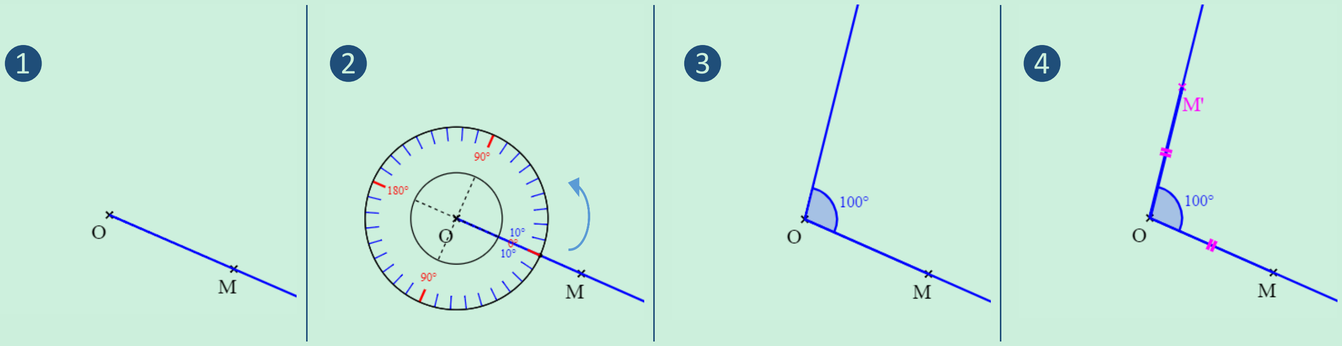
Méthode pour construire l'image d'un point M par la rotation de centre O et d'angle 100° dans le sens direct :

① **On trace la demi-droite** [OM) ;

② **On place le rapporteur** pour construire un angle de sommet O et de premier côté [OM) dans le sens direct ;

③ On trace la demi-droite correspondant à **la mesure de l'angle** de 100° ;

④ Sur cette seconde demi-droite, on reporte (à la règle ou au compas) **la longueur OM** à partir de O.



Propriétés : OM = OM' et $\widehat{MOM'} = 100°$

Sur la figure ci-contre, les cercles de centre O sont partagés en portions de 36°, on considère des rotations de centre O. Place les points :

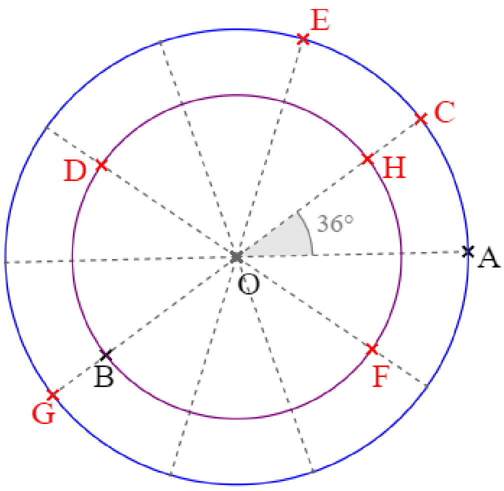
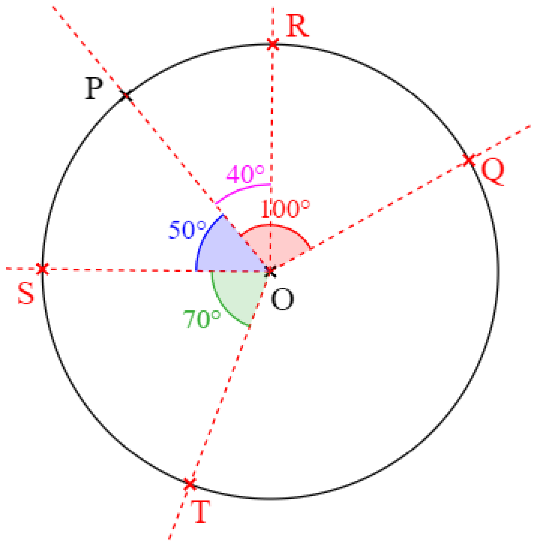


	image de…	par la rotation d'angle…	dans le sens…
C	A	36°	direct
D	B	72°	indirect
E	A	72°	direct
F	B	108°	direct
G	A	144°	indirect
H	B	180°	



1. A partir du cerle ci-contre, construis :

- le point Q, image de P par la rotation de centre O et d'angle 100° dans le sens horaire ;
- le point R, image de P par la rotation de centre O et d'angle 40° dans le sens horaire ;
- le point S, image de P par la rotation de centre O et d'angle 50° dans le sens anti-horaire ;
- le point T, image de S par la rotation de centre O et d'angle 70° dans le sens anti-horaire.

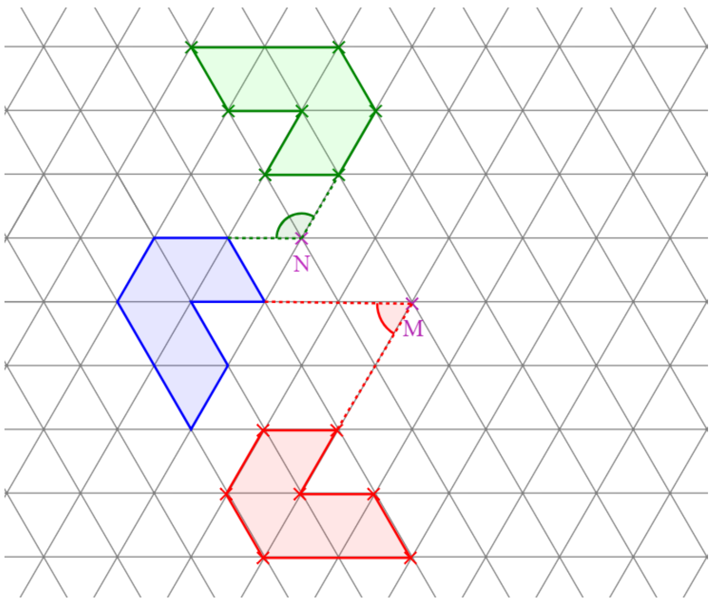
2. Précise quelle rotation permet de transformer :

Q en R ? C'est la rotation de centre O et d'angle 60° (100 – 40) dans le sens anti-horaire.

P en T ? C'est la rotation de centre O et d'angle 120° (50 + 70) dans le sens anti-horaire.

Q en T ? C'est la rotation de centre O et d'angle 220° (100 + 50 + 70) dans le sens anti-horaire, ou 140° (360 – 220) dans le sens horaire.

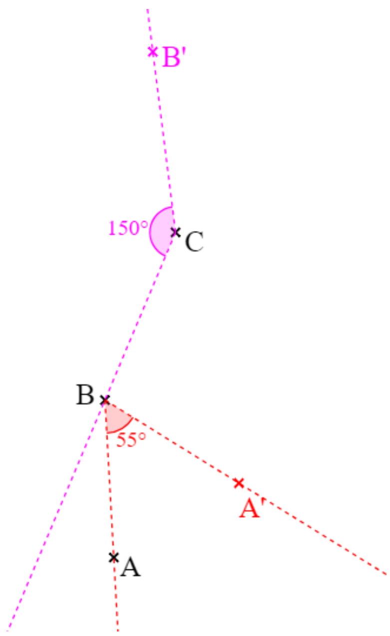
Sur la figure ci-contre, dont le quadrillage est constitué de triangles équilatéraux, construis :



- en rouge l'image de la figure bleue par la rotation de centre M et d'angle 60° dans le sens direct ;
- en vert l'image de la figure bleue par la rotation de centre N et d'angle 120° dans le sens indirect.

Sur la figure ci-contre, construis :

- A' image de A par la rotation de centre B et d'angle 55° dans le sens direct
- B' image de B par la rotation de centre C et d'angle 150° dans le sens indirect.



Propriétés de la rotation.

Méthode pour utiliser les propriétés de la rotation.

Propriétés :

- Une figure et son image par une rotation sont **isométriques** : elles sont superposables.
- Une rotation **conserve** donc les **longueurs**, les **milieux**, les mesures d'**angles**, l'**alignement**, les **périmètres** et les **aires**.

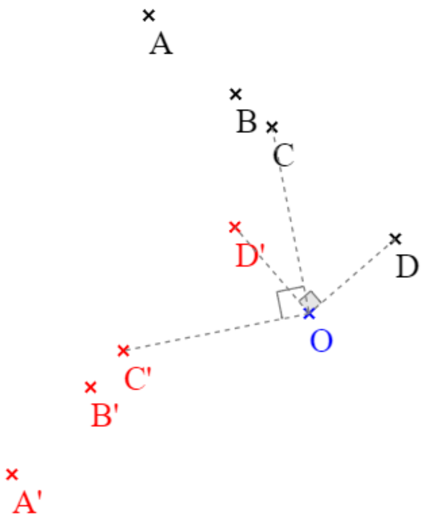
Conséquences :

① En associant un élément et son image, on peut **déterminer ses caractéristiques** (mesure, aire, …)

② Pour **vérifier la précision** de sa construction, on peut comparer la figure initiale et son image : *ont-elles les mêmes longueurs, les mêmes mesures d'angles, … ?*

③ Construction : à partir de l'image de **seulement quelques points** on peut compléter l'image d'une figure en réalisant une figure de mêmes longueurs, mêmes angles, …

1. Construis A', B', C' et D' les images respectives de A, B, C et D par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

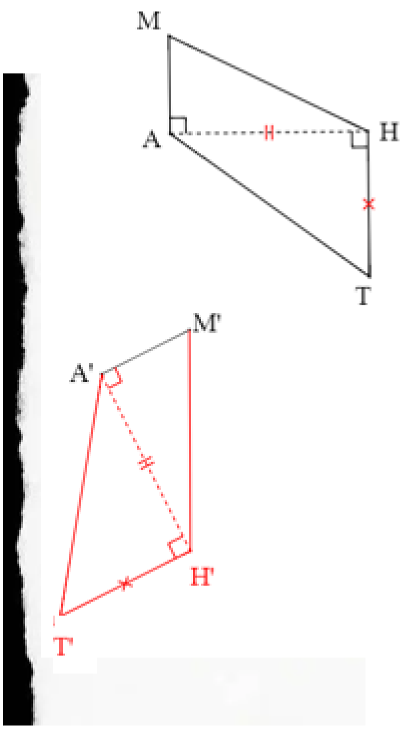


2. A, B, C et D sont alignés ; que dire de leurs images ? Vérifie sur ta construction.

A', B', C' et D' sont également alignés ; la rotation conserve l'alignement.

3. Le point C est le milieu de [AD] ; que dire du point C' ? Vérifie sur ta construction.

C' est le milieu de [A'D'] : la rotation conserve les milieux.



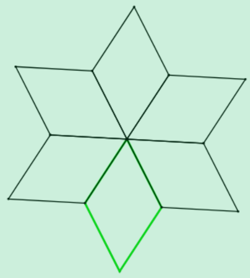
Maé doit construire l'image d'un quadrilatère MATH par une rotation. Il ne retrouve plus l'énoncé qui lui donnerait les éléments caractéristiques de cette rotation, il ne lui reste que cette feuille déchirée de son cahier où il a commencé son travail.
En prenant seulement des mesures sur la figure initiale, peux-tu terminer sa construction ?

On reproduit une figure analogue, avec les mêmes angles droits et les mêmes longueurs.

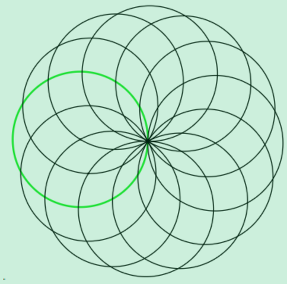
Notion de rosace.

Une **rosace** est constituée d'un **motif** reproduit plusieurs fois par rotation.

Exemples :



Motif losange,
répété 6 fois par rotation de 60°.



Motif cercle,
répété 12 fois par rotation de 30°.

Questions de brevet.

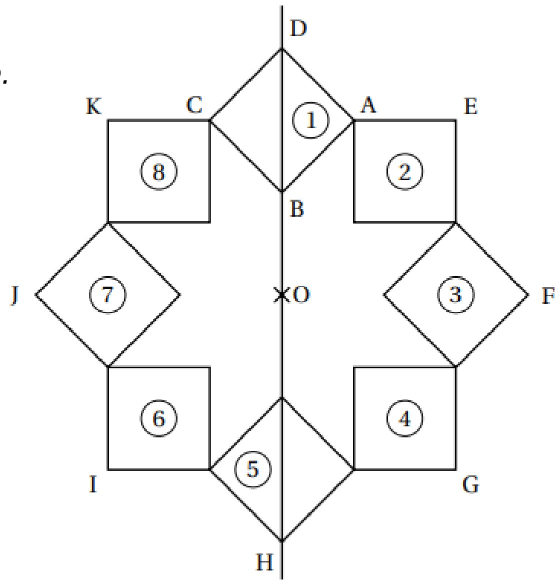
1. *Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.*
On a construit un carré ABCD.

On a construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que : OB = AB.

Le point H est le symétrique de D par rapport à O.

On a obtenu la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45°.

La figure obtenue est symétrique par rapport à l'axe (DB) et par rapport au point O.



a. Comment s'appelle une telle figure, obtenue en utilisant plusieurs fois une même rotation ?

Il s'agit d'une rosace.

b. Donner deux carrés différents, images l'un de l'autre par la symétrie axiale d'axe (DB).

Les carrés ⑧ et ②, les carrés ⑥ et ④, les carrés ⑦ et ③ sont symétriques par rapport à (DB).

c. Le carré ③ est-il l'image du carré ⑧ par la symétrie centrale de centre O ?

Les carrés ⑧ et ③ ne sont pas symétriques par rapport à O (il ne s'agit pas d'un demi-tour autour de O).

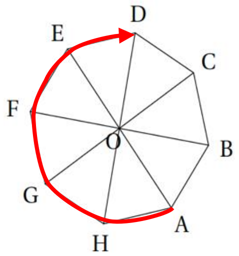
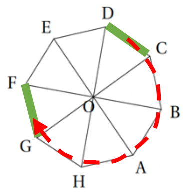
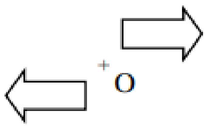
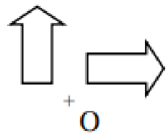
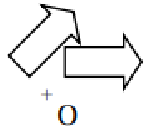
d. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ① en le carré ②. Quelle est l'image du carré ⑧ par cette rotation ?

Il s'agit de la rotation de centre O et d'angle 45° indirect ; l'image du carré ⑧ est le carré ①.

e. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ② en le carré ⑤. Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

Il s’agit de la rotation de centre O et d’angle 135° indirect ; l’image de E est H et l’imge de F est I, donc l’image de [EF] est le segment [HI].

2. QCM : pour chaque question, choisis la bonne proposition.

Sur l’octogone régulier ci-dessous, quelle est l’image du segment [DC] par la rotation de centre O qui transforme A en D ? 	[GE]	[GF] 	[AH]
Sur quelle figure a-t-on représenté une flèche et son image par une rotation de centre O et d’angle 90° ?			

Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouverais **d’autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète	Rotation
Exercices type Brevet	Brevet 7 Brevet 10

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Définition, construction et propriétés de la rotation - avec Mon Pass Maths : 3eme Secondaire

Découvrez d'autres exercices en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du pla

- Rotation - Exercices avec les corrigés : 3eme Secondaire

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une translation - PDF à imprimer
- Exercices 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformation par homothétie - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transfo

- Cours 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation
- Evaluations 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation
- Vidéos pédagogiques 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation
- Vidéos interactives 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation
- Séquence / Fiche de prep 3eme Secondaire Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation