# Vocabulaire des probabilités

## Je révise mon brevet pas à pas.

Correction

**Prérequis : probabilités**

- Les **probabilités** sont le domaine des Mathématiques qui étudie les évènements ayant une part **d'aléatoire**.
- Les exemples les plus connus étant étudiés en probabilités sont un lancer de dé, le tirage du loto…

## Caractériser le résultat d'une expérience aléatoire.

**Je décris le résultat d'une expérience aléatoire.**

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont le résultat contient une part d'incertitude : on ne peut pas connaitre avec exactitude le résultat à l'avance !

Pour une expérience aléatoire, on appelle :

- ✓ **Issue** : un résultat possible de l'expérience.
- ✓ **Evènement** : un résultat composé d'une ou plusieurs issues.

Si un évènement est composé d'une seule issue, on l'appellera alors **évènement élémentaire**.

Pour décrire le résultat d'une expérience aléatoire, je peux donc :

1. Lister l'ensemble des issues de l'expérience.
2. Lister l'ensemble des issues composant un évènement précis.

Exemple : Je lance un dé à 6 faces et j'étudie l'évènement A « avoir un nombre impair ».
L'expérience est composée de 6 issues : « tirer 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 » et « 6 ».
Les évènements « tirer 1 », « tirer 2 », … « tirer 6 » sont donc élémentaires.
L'évènement A est composée de 3 issues élémentaires : « 1 », « 3 » et « 5 ».

**Un loto est organisé. Durant celui-ci, on distribue des grilles composées de 15 numéros compris entre 1 et 90.**

**Lors du début du jeu, un numéro entre 1 et 90 est tiré aléatoirement. On s'intéresse au résultat de ce tirage.**

**Voici la grille achetée par Marie :**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | | | 48 | 51 | | 73 | 83 |
| 6 | | 27 | | 44 | 53 | | 70 | |
| 5 | 10 | | 34 | | | 61 | | 90 |

1. Combien d'issues sont possibles lors du tirage du premier numéro ? Donne quelques exemples.

Il y a 90 issues, qui sont : « tirer 1 », « tirer 2 », …, « tirer 90 ».

2. Pour chacun des **évènements ci-dessous**, donne le nombre d'issues possibles et liste-les.

A : « le numéro obtenu est inférieur ou égal à 5 » : Il y a 5 issues possibles à l'évènement A : tirer « 1 », « 2 », « 3 », « 4 » ou « 5 ».

B : « le numéro obtenu est un multiple de 20 » : Il y a 4 issues possibles à l'évènement B : tirer « 20 », « 40 », « 60 » ou « 80 ».

C : « Marie possède sur sa grille le numéro » : Il y a 15 issues possibles à l'évènement C : tirer « 5 », « 6 », « 10 », « 12 », « 27 », « 34 », « 44 », « 48 », « 51 », « 53 », « 61 », « 70 », « 73 », « 83 » et « 90 ».

3. Est-il possible que les évènements B et C soient tous les 2 réalisés en même temps ?

C'est impossible, car aucun numéro de la grille de Marie n'est un multiple de 20 !

**Un professeur demande à ses élèves d'inscrire sur un papier le mois de leur naissance. Il tire ensuite au hasard un de ces papiers et regarde son inscription.**

1. Donne le nombre et la liste des issues.

Il y a 12 issues, qui correspondent aux 12 mois de l'année : janvier, février, …, décembre.

2. De combien d'issues sont composés les évènements suivants :

A : « l'élève est né pendant les vacances d'été » : 2 (juillet et août).

B : « l'élève est né en janvier » : 1 (janvier).

C : « l'élève n'est pas né en septembre ou plus tôt dans l'année » : 3 (octobre, novembre, décembre)

3. Donne un évènement composé de 3 issues.

Par exemple : « l'élève est né en janvier, février ou mars ».

4. Si maintenant les élèves doivent marquer leur jour et mois de naissance, combien y'a-t-il d'issues ?

Il y aurait alors 366 issues (on doit ici compter le 29 février !).

## Utiliser le vocabulaire des probabilités.

**Utiliser le vocabulaire lié aux évènements lors d'une expérience aléatoire.**

Soit une expérience aléatoire et un évènement A. On dire que A est :

- ✓ **Elémentaire** s'il n'est composé que d'une **unique** issue.
- ✓ **Impossible** si **aucune** issue ne le réalise.
- ✓ **Certain** si **toutes** les issues le réalisent.

Un évènement peut donc avoir une « chance » plus ou moins élevée d'être réalisé.

Entre « impossible » et « certain », on peut qualifier un évènement :

- De (très) **peu probable** (*gagner au loto*)
- De **moyennement probable** (*il va neiger le 16 décembre*)
- De **très probable** (*je vais avoir plus de 0,5/20 à mon devoir de maths*)

Soit une expérience aléatoire et deux évènements A et B. On dire que A est :

- ✓ **Contraire** à l'évènement B s'il est composé de **toutes** les issues ne composant pas B.
- ✓ **Incompatible** avec l'évènement B s'il ne **peut pas** être réalisé en même temps que B.

Pour caractériser 2 évènements A et B, je dois donc :

① Lister toutes les issues composant A et B.

② Choisir le bon adjectif en fonction des issues composant A et B.

Exemple : Je lance un dé à 6 faces et note la valeur de la face supérieure.

L'évènement : « obtenir 4 » est élémentaire

« obtenir 9 » est impossible « obtenir 10 ou moins » est certain

« obtenir 1 » est contraire à « obtenir 2 ou plus »

« obtenir 3 » est incompatible avec « obtenir un nombre pair »

**Lors d'une course, on compte 46 participants. Chacun porte un dossard avec un numéro (les numéros vont donc de 1 à 46).**

**On s'intéresse au numéro du dossard du vainqueur de la course.**

**1. Cite un évènement :** **Elémentaire :** « le numéro du vainqueur est 8 »

**Impossible :** « le numéro du vainqueur est le 53 »

**Certain :** « le numéro du vainqueur est strictement inférieur à 47 »

**2. Quel est l'évènement contraire à A « le numéro du vainqueur est supérieur ou égal à 12 » ?**

Il s'agit de « le numéro du vainqueur est inférieur ou égal à 11 ».

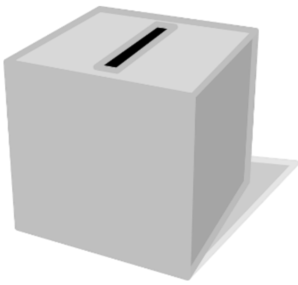
**3. Cite 2 évènements incompatibles avec A.**

On peut citer par exemple « le vainqueur est 9 » ou « le vainqueur est compris entre 4 et 10 ».

**Lors d'une fête, un jeu gonflable est réservé aux mineurs. Le gérant s'intéresse à l'âge des participants. Il demande donc l'âge d'une petite fille. Coche les bonnes réponses.**

| L'évènement … est | Élémentaire | Impossible | Certain | Peu probable | Très probable |
|---|---|---|---|---|---|
| « a 5 ans » | X | | | X | |
| « a entre 19 et 23 ans » | | X | | | |
| « a 3 ans ou plus » | | | | | X |
| « a moins de 20 ans » | | | X | | |
| « a 1 ou 8 ans » | | | | X | |

**Une urne est remplie de billets de la façon suivante :**



**15 billets de 5 €, 12 billets de 10 €, 3 billets de 20 € et 1 billet de 50 €.**

**Cléa doit tirer au hasard un billet qu'elle remportera !**

**1. Cite un évènement :**

**a. Certain :** « gagner au moins 5 € » **b. Impossible :** « gagner 60 € »

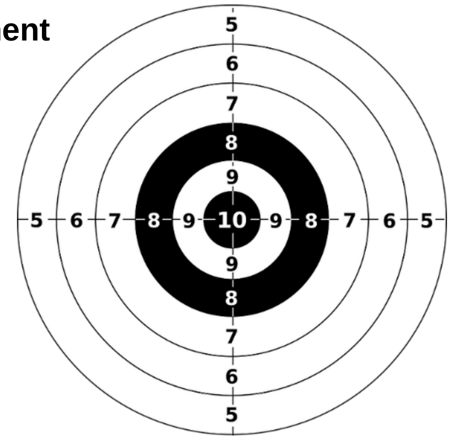
**2. Soit A l'évènement « Cléa gagne <u>20 € ou plus</u> ».**

**a. Quel est l'évènement contraire à A ?** Il s'agit de « gagner 5 € ou 10 € ».

**b. Donne un évènement incompatible avec A.**

Il s'agit par exemple de l'évènement « gagner 10 € ».

☑ **Farid lance une flèche sur la cible suivante, de façon totalement aléatoire.**
**Il regarde ensuite le numéro et la couleur de la zone touchée.**
**On note A « la zone est noire » et B « le nombre est pair ».**




**1. Les évènements A et B sont-ils compatibles ? Justifie.**

Les 2 évènements sont compatibles. En effet le résultat 10 (ou 8) est pair et est situé sur une zone noire.

**2. Liste les issues correspondant à l'évènement contraire de A.**

L'évènement contraire à A est la zone est blanche, il y a donc 4 issues possibles.

Ce sont les issues : « 5 », « 6 », « 7 » et « 9 ».

**3. Cite un évènement élémentaire incompatible avec A.**

Il y a par exemple l'évènement « obtenir 5 ».

## Utiliser les propriétés des probabilités.

**Représenter la chance qu'a un évènement de se produire**
**par un nombre (sa probabilité)**

La **probabilité** d'un évènement **mesure** la « chance » ( ou le « risque ») qu'il a de se produire.

Une probabilité est comprise **entre 0** (évènement impossible) **et 1** (évènement certain).

Entre ces 2 valeurs, on peut caractériser toutes les nuances possibles (très probable, incertain, etc.)

Les 2 propriétés suivantes permettent de faire le lien entre les probabilités de 2 ou plusieurs évènements :

① La somme des probabilités de tous les évènements élémentaires est 1 :

$$\boldsymbol{P(A) + P(B) + \ldots = 1}$$

② Si un évènement A a pour probabilité un nombre $\boldsymbol{p}$ ($P(A) = p$) alors la probabilité de l'évènement contraire à A, que l'on note B est de :

$$\boldsymbol{P(B) = 1 - p = 1 - P(A)}$$

**<u>Exemple</u> :** Lors d'un jeu, on peut gagner un ballon, une raquette ou un téléphone.

La probabilité de gagner un ballon est de 0,4 ; celle de gagner une raquette est de 0,25**.**

D'après la propriété ①, la probabilité de gagner le téléphone est de 1 – 0,4 – 0,25 = 0,35.

D'après la propriété ①, la probabilité de gagner le téléphone ne peut pas être de 0,8 car sinon la somme des probabilités des évènements élémentaires serait de : 0,4 + 0,25 + 0,8 = 1,45 ≠ 1.

D'après la propriété ②, la probabilité du contraire de « gagner un ballon » est 1 – 0,4 = 0,6.

☑ **On considère 3 évènements élémentaires A, B et C. Justifie chacune des réponses.**

**1. Est-il possible que $p(A) = 0,5$, $p(B) = p(C) = 0,3$ ?**

On a $p(A) + p(B) + p(C) = 0{,}5 + 0{,}3 \times 2 = 1{,}1$.

Or la somme des probabilités des évènements élémentaires doit être égale à 1 : ce n'est pas possible.

**2. Sachant que $p(A) = 0,28$ et $p(B) = 0,17$, que vaut $p(C)$ ?**

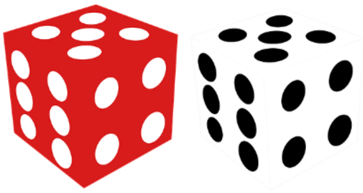
D'après la propriété de cours, on a : $p(A) + p(B) + p(C) = 1$ et donc :

$p(C) = 1 - p(A) - p(B) = 1 - 0{,}28 - 0{,}17 = 0{,}55$.

**3. On a $p(A) = 0,63$. Que vaut la probabilité du contraire de A ?**

Cette probabilité est de $1 - p(A) = 1 - 0{,}63 = 0{,}37$.

☑ **Pour un jeu de société, Louis lance simultanément 2 dés. Il s'intéresse ensuite à la somme des 2 nombres obtenus.**



**1. Combien y a-t-il d'issues possibles ?**

Il y a 11 issues possibles : la somme obtenue peut être un nombre compris entre 2 (1 + 1) et 12 (6 + 6).

**2. Donne un évènement impossible.**

On peut par exemple citer « obtenir 15 ».

**On note A l'évènement « obtenir 5 ou 6 » et B l'évènement « obtenir 12 ».**

**3. Combien d'issues composent l'évènement contraire de A ?**

Il y a 9 issues (obtenir : 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11 et 12).

**4. Combien y-a-t-il de lancers de dés réalisant B ?**

Il y a une unique façon : obtenir 6 et 6.

**5. On admet ici que la probabilité de B est $\frac{1}{36}$. Quelle est la probabilité du contraire de B ?**

Cette probabilité est de $1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$.

**Sur la boite de son jeu, Louis doit choisir entre 3 figurines d'animaux :**

**« 2 fois plus de chances de gagner avec le chat qu'avec le renard, et 3 fois plus de chances de gagner avec le lapin qu'avec le chat ».**

**On note C l'évènement « gagner avec le Chat », R « avec le Renard » et L « avec le Lapin ».**

**6. En posant P(R) = $x$, calcule la probabilité de gagner avec chaque animal.**

On a d'après l'énoncé :

$P(R) = \boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{P(C) = 2x}$

et $\boldsymbol{P(L) = 3 \times P(C) = 3 \times 2x = 6x}$.

Or, la somme de ces probabilités doit être égale à 1 :

$\boldsymbol{x + 2x + 6x = 1}$ d'où $\boldsymbol{9x = 1}$ et $\boldsymbol{x = \frac{1}{9}}$.

On a donc $\boldsymbol{P(R) = \frac{1}{9}}$, $\boldsymbol{P(C) = 2 \times \frac{1}{9} = \frac{2}{9}}$ et $\boldsymbol{P(L) = 3 \times \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}}$.

## Questions de brevet.

On dispose d'une roue dont les 4 secteurs ont tous la même aire et sont numérotés : 1 ; 2 ; 3 ; 4.

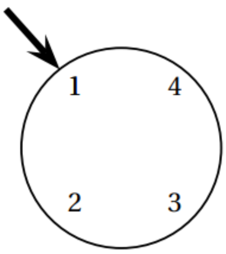
On dispose également d'une urne contenant 3 boules numérotées : 2 ; 3 et 4.

Les boules sont indiscernables au toucher.

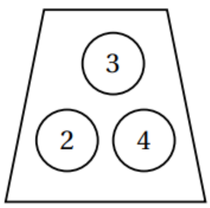
On considère l'expérience aléatoire suivante :

« On fait tourner la roue puis on tire au hasard une boule dans l'urne. On forme alors un nombre entier à deux chiffres tel que :

- Le chiffre des dizaines est le numéro indiqué par la flèche sur la roue.
- Le chiffre des unités est le numéro de la boule tirée dans l'urne. »



La roue : chiffre des dizaines



L'urne : chiffre des unités

*Exemple :* Si la flèche indique le numéro 1 sur la roue et que la boule tirée dans l'urne porte le numéro 3, on forme le nombre 13.

1. Écrire la liste des 12 issues possibles.

On peut utiliser un tableau à double entrées :

| unité (urne)<br>dizaine (roue) | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 1 | **12** | **13** | **14** |
| 2 | **22** | **23** | **24** |
| 3 | **32** | **33** | **34** |
| 4 | **42** | **43** | **44** |

Les issues possibles sont : 12 ; 13 ; 14 ; 22 ; 23 ; 24 ; 32 ; 33 ; 34 ; 42 ; 43 ; 44

2. On considère l'évènement A : « Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30 ». On admet que $p(A) = \frac{1}{6}$.

Quelle est la probabilité de son contraire ?

La probabilité est de $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

## Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

| | |
|---|---|
| **Séquence complète** | Vocabulaire des probabilités |
| **Exercices type Brevet** | Brevet 13 |